

Abordagens Metodológicas de Ensino de Matemática: uma reflexão sobre a proposta didáctica para minimização de dificuldades de modelagem dos problemas conducentes a Equações Lineares com os estudantes da Escola Secundária Samora Machel - cidade de Chimoio, Moçambique

Methodological Approaches to Teaching Mathematics: a reflection on the didactic proposal to minimize the difficulties of modeling the problems leading to Linear Equations with students from Samora Machel Secondary School - city of Chimoio, Mozambique

Aproximaciones Metodológicas a la Enseñanza de las Matemáticas: una reflexión sobre la propuesta didáctica para minimizar las dificultades de modelar los problemas que conducen a Ecuaciones Lineales con estudiantes de la Escuela Secundaria Samora Machel - ciudad de Chimoio, Mozambique

João Francisco de Carvalho Choé¹
José Charles Picardo Mteia²
Geraldo Vernijo Deixa³

Resumo

O presente artigo tem como tema abordagens metodológico de ensino de Matemática e faz uma reflexão sobre a proposta didáctica para minimização de dificuldades de modelagem dos problemas conducentes a equações lineares no ensino secundário. De carácter hipotético, dedutivo e de natureza quantitativa, a pesquisa em relato teve como objectivo propor uma estratégia alternativa que minimize as dificuldades encaradas pelos alunos na modelagem de problemas conducentes a equações lineares. Participaram desta pesquisa 60 alunos da 8ª classe e 5 professores de Matemática do 1º ciclo, sendo que 3 leccionam 8ª classe. Como instrumentos de recolha de dados foram usados um questionário e uma entrevista semi-estruturada a cinco professores de Matemática da 8ª classe. Para o tratamento dos dados foi aplicado o *Statistical Package for Social Science* (SPSS) versão 22.0 para o *Windows*, de acordo com o método adoptado neste estudo para analisar o resultado de pré-teste e pós-teste aplicado aos 60 alunos da 8ª classe em relação aos professores a análise foi na base das entrevistas com vista a exploração da tese e dos resultados em frequências absoluta e relativa. Em termos de conclusões, os resultados do pós-teste são ilustrativos da diferença existente entre o grupo de controlo e o experimental, isto é, maior parte dos alunos do grupo experimental superaram as dificuldades de modelagem de problemas conducentes a equações lineares, comparativamente ao grupo de controlo.

Palavras-chave: Proposta Didáctica, Minimização, Dificuldades, Modelagem, Equações Lineares

¹ Mestre em Educação/Psicologia Educacional pela Universidade Licungo (UL) e Licenciado em Psicologia Escolar pela Universidade Pedagógica Delegação de Quelimane (UP-Q) Docente da Universidade Púnguè (UniPúnguè) Chimoio, Moçambique ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8497-9794>. Email: jcarvalhochoe@gmail.com

² Mestre em Educação/Ensino em Matemática pela Universidade Licungo (UL) e Licenciado em Ensino de Matemática pela Universidade Pedagógica Delegação de Beira (UP-B) Docente da Universidade Púnguè (UniPúnguè) Chimoio, Moçambique ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2265-2929>. E-mail: picardonteia@gmail.com

³ Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina, Paraná, Brasil, Professor Associado na Universidade Licungo, Moçambique, (UL) Director do Gabinete de Avaliação e Qualidade da Universidade Licungo, Coordenador do Mestrado em Educação/Currículo ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3992-0993>. E-mail: gdeixa@gmail.com

Abstract

This article has as its theme methodological approaches to teaching Mathematics and reflects on the didactic proposal to minimize difficulties in modeling problems leading to linear equations in secondary education. Of a hypothetical, deductive and quantitative nature, the research report aimed to propose an alternative strategy that minimizes the difficulties faced by students in modeling problems leading to linear equations. 60 8th grade students and 5 1st cycle mathematics teachers participated in this research, 3 of which teach 8th grade. As data collection instruments, a questionnaire and a semi-structured interview with five 8th grade Mathematics teachers were used. For data processing, the Statistical Package for Social Science (SPSS) version 22.0 for Windows was applied, according to the method adopted in this study to analyze the pre-test and post-test results applied to the 60 students of the 8th grade in In relation to the professors, the analysis was based on the interviews with a view to exploring the thesis and the results in absolute and relative frequencies. In terms of conclusions, the results of the post-test are illustrative of the difference between the control and the experimental group, that is, most students in the experimental group overcame the difficulties of modeling problems leading to linear equations, compared to the group of control.

Keywords: Didactic Proposal, Minimization, Difficulties, Modeling, Linear Equations.

Resumen

Este artículo tiene como tema los enfoques metodológicos para la enseñanza de las Matemáticas y reflexiona sobre la propuesta didáctica para minimizar las dificultades en la modelización de problemas que conducen a ecuaciones lineales en la educación secundaria. De carácter hipotético, deductivo y cuantitativo, el informe de investigación tuvo como objetivo proponer una estrategia alternativa que minimice las dificultades que enfrentan los estudiantes para modelar problemas que conducen a ecuaciones lineales. En esta investigación participaron 60 estudiantes de 8º grado y 5 profesores de matemáticas de 1er ciclo, de los cuales 3 enseñan 8º grado. Como instrumentos de recolección de datos, se utilizó un cuestionario y una entrevista semiestructurada con cinco profesores de Matemáticas de 8º grado. Para el procesamiento de datos se aplicó el Paquete Estadístico para Ciencias Sociales (SPSS) versión 22.0 para Windows, de acuerdo con el método adoptado en este estudio para analizar los resultados del pre-test y post-test aplicados a los 60 estudiantes del 8º grado en In En relación a los profesores, el análisis se basó en las entrevistas con el fin de explorar la tesis y los resultados en frecuencias absolutas y relativas. En cuanto a las conclusiones, los resultados del post-test son ilustrativos de la diferencia entre el grupo de control y el experimental, es decir, la mayoría de los estudiantes del grupo experimental superaron las dificultades de modelar problemas que llevan a ecuaciones lineales, en comparación con el grupo de control.

Palabras Clave: Propuesta Didáctica, Minimización, Dificultades, Modelado, Ecuaciones Lineales.

1. INTRODUÇÃO

O presente artigo surge no âmbito da inquietação pessoal diante da problemática constatada na experiência vivida como docente, onde constantemente tenho me confrontado com número considerável de alunos tinha dificuldades em traduzir a linguagem corrente em linguagem Matemática; não só mas mas também com dificuldades em combinar variáveis e operações matemáticas. Esta inquietação foi consolidada com reflexões no âmbito do decurso da pesquisa em que o autor tem feito em várias escolas da cidade de Chimoio, na província de Manica em Moçambique, onde o mesmo trabalha como docente universitário.

Pode justificar-se o ensino de Matemática argumentando que esta disciplina é necessária a vida quotidiana e essencial em muitas actividades profissionais. Pode se afirmar que ela ensina

a pensar e por isso mais capazes de pensar de forma abstracta e fazer raciocínios dedutivos. Assim como se pode afirmar que a Matemática faz parte do património cultural da sociedade, sendo nessa obrigação transmiti-la as novas gerações. Trabalhar a Matemática, também, pode construir em determinadas circunstâncias um prazer. A finalidade a que se propõe o ensino da Matemática a qualquer nível de ensino, engloba diversas dimensões entre as quais se destacam aspectos culturais, sociais formativos e política. A valorização que se dá a cada um deles terá consequências profundas no processo de aprendizagem e no papel social desempenhado pela disciplina (PONTE et al., 1992). Apesar da Matemática constituir uma das disciplinas mais importantes da escola em qualquer sociedade moderna, o seu ensino é muito delicado. Isto porque é uma disciplina que os professores a tornam abstracta muito rapidamente e para maioria das crianças, ela perde rapidamente significado, fica sem sabor e sem contacto com o meio cultural por elas conhecido. O conteúdo da Matemática é muito parecido em qualquer parte do mundo, devido a universalidade dos seus factos, mas o seu ensino varia de país para país, de escola para escola ou mesmo de professor para professor numa escola. A maneira como se ensina a Matemática depende dos valores que a pessoa tem sobre a natureza da Matemática e sobre a natureza do seu ensino e aprendizagem.

A modelagem de problemas conducentes a equações lineares é parte da resolução destes. Daí que a presente pesquisa visa trazer a superfície uma proposta didáctica alternativa que minimize as dificuldades de resolução destes problemas no geral e da modelagem em particular, uma vez que o aluno é o centro de todas as atenções neste processo de ensino e aprendizagem. Tal como qualquer ciência, a matemática participa no processo de formação de potencialidades, através da procura de soluções para as dificuldades encaradas pelo homem a nível desta Ciência e problemas do quotidiano. Uma das grandes metas dos professores de Matemática não se restringem em mediar esta Ciência, mas também em desmistificá-la de algumas vezes segundo as quais a Matemática é uma Ciência difícil de se perceber.

A evolução tecnológica e o acentuado desenvolvimento social observado nas últimas décadas tem conduzido transformações profundas na educação. Nestas transformações insere-se também o ensino da Matemática. As justificações usadas nas diferentes formas de ensinar a Matemática estão longe de ser consensuais. Todavia, as tendências renovação e inovação da Educação da Matemática envolvem mudanças de paradigma percebendo que a postura linear onde o professor expõe o conteúdo, faz exercícios de fixação e avalia, já não responde as necessidades dos estudantes da sociedade actual. Relacionam-se também com a complexidade da sociedade pós-moderna e com os desafios que ela coloca aos cidadãos e futuros profissionais.

Um dos principais objectivos do ministério da educação e cultura centra-se na melhoria da qualidade de ensino e aprendizagem, daí aposta na formação de quadros e no apetrechamento das instituições de ensino com meios que visam tornar fácil os Processos de Ensino e de Aprendizagem (PEA). Actualmente os alunos da 8ª classe possuem idades compreendidas entre 12-15 anos e muitos deles provenientes de escolas com meios de aprendizagem deficitários, o que em larga medida pode contribuir para prevalência dos problemas relacionados com o ensino e aprendizagem.

A resolução de problemas condicentes a equações lineares traz a superfície problemas específicos de modelagem destes, que culminam com a não modelagem correcta do problema no seu todo. Entre os problemas se destacam: um número considerável de alunos tinha dificuldades em traduzir a linguagem corrente em linguagem Matemática; um elevado número de alunos tinha dificuldades em combinar variáveis e operações Matemáticas. Face aos problemas de modelagem aqui indicados, que vão interferir negativamente em todo o processo de resolução destes problemas, compete aos autores da presente pesquisa propor estratégias alternativas que visem minimizar estas dificuldades, estratégias essas que serão enunciadas de forma por menorizada mais adiante. Sendo assim a pesquisa pretende responder as seguintes questões: Porque a modelagem de problemas condicentes a Equações Lineares causa dificuldades aos alunos da 8ª classe, turma 2, curso diurno da Escola Secundaria Samora Machel, cidade de Chimoio? O que esta por detrás de todas dificuldades na modelagem de um simples problema, como: “a soma de um número com seu dobro é 27. Qual é esse número”? Quais as estratégias didácticas de minimização destas dificuldades de modelagem?

A preparação do aluno para a vida passa por uma formação em que o ensino e as matérias leccionadas tenham, significados para que no futuro de novo ingresso do ensino secundário geral possam a vir ser aplicados em situações reais. Tendo em conta que a tarefa do professor é facilitar a aprendizagem, é importante que consiga: organizar tarefas que induzam aos alunos a sistematizar e sintetizar seus conhecimentos, habilidades e valores para encontrar ou propor alternativas de soluções; encontrar pontos de interligação entre o aprendizado que proporcione o desenvolvimento de competências, dar um problema que obrigue a recorrer a conhecimentos, procedimentos e experiencias de outras áreas do saber; monitorar as diferentes etapas do processo de ensino para poder observar aos alunos, motiva-los e corrigi-los durante os Processos de Ensino e de Aprendizagem (PEA), criar nos alunos o gosto pelo saber como uma ferramenta para os novos desafios e avaliar as competências que estão sendo desenvolvidas, numa perspectiva formativa.

Tal como outros problemas ou de ordem social, as dificuldades referentes a modelagem de problemas conducentes a Equações Lineares carecem de soluções para que a Matemática entanto que Ciência saia a vencer e os problemas do quotidiano e da técnica relacionados com as equações sejam facilmente superados. O dia-a-dia do homem é acompanhado de desafios que se impõe no decurso natural da sua vivência, a superação de tais desafios constitui para este uma vitória na medida em que com a solução de cada um deles o homem adquire habilidades para a vida. Nos dias de hoje, mais do que nunca, para ingressar em uma carreira profissional no contexto moçambicano, é necessária a comprovação da conclusão de no mínimo a 10ª classe e de seguida a submissão a teste de admissão.

Esta pesquisa será relevante para mais qualidade de ensino nas classes e níveis subsequentes, esperamos ainda contribuir para o fortalecimento da escola pública e no desenvolvimento em saber que crie condições de hegemonia da classe estudantil. A modelagem de problemas conducentes a Equações Lineares é a mais simples de todos problemas, a não superação destes problemas pode interferir negativamente na resolução dos próprios problemas;

na modelagem e resolução dos próprios problemas mais complexos da matemática; na modelagem e resolução de problemas de outras áreas do saber.

Esta pesquisa visa propor uma estratégia alternativa que minimize as dificuldades encaradas pelos alunos na modelagem de problemas conducentes a Equações Lineares e especificamente pretende transformar linguagem concreta de um problema em linguagem Matemática; dotar o aluno de capacidades para combinar variáveis e operações matemáticas; dotar o aluno de capacidade de relacionar um problema matemático com situações do dia a dia e incentivar o aluno a ter que extrair dados, sempre antes da modelagem propriamente dita.

Em função das definições acima, referentes ao conceito de hipótese e avaliada a natureza de erros cometidos pelos alunos urge a necessidade de destacar a suposição que poderá responder ao problema: se o processo de ensino e aprendizagem da modelagem em sala de aulas de problemas conducentes a Equações Lineares efectuar-se a partir da elaboração conjunta por parte do professor e aluno de problemas de meio social do aprendiz e durante este processo o professor fazer realce a tradução da linguagem corrente em linguagem Matemática como chave para a correcta modelagem poderá minimizar as dificuldades de modelagem destes problemas.

De referir que a hipótese acima indicada é relativa ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática na sala, envolvendo apenas duas variáveis o professor e o aluno, sem a intervenção de factores social, cultural, político e outros. Portanto, a hipótese destaca as qualidades e habilidades dos dois intervenientes nos Processos de Ensino de Aprendizagem (PEA) e suas fraquezas e limitações diante do processo em função do conhecimento que tem deste. Os erros e imprecisões podem surgir no ensino, quer vindos do professor quer da parte dos alunos, sem que estes os conheçam como tais, assim os combata. Os objectivos dos professores e pedagogos consiste em tratar os temas sem omissões do previsto nos programas, planificações e dosificações, com argumentos certamente justificados de modo que os outros professores possam prosseguir.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Importância do conhecimento de Matemática para Ciência e tecnologia

O desenvolvimento de uma sociedade é fortemente influenciado pela presença de tecnologia e a Matemática na sua formação. Neste sentido, Skovsmose (2001) entende que a Matemática tem implicações relevantes para o desenvolvimento e organização da sociedade. O mesmo autor reconhece a difícil tarefa para a identificação dessas implicações. Assim, reconhece a contribuição que a Matemática tem conduzido para o progresso das Ciências de forma geral e para o avanço da tecnologia. Neste sentido, a Matemática funciona como um agente que unifica um mundo de forma racionalizado, sendo uma ferramenta fundamental para a formulação de teorias que regem o conhecimento, devido a sua universalidade.

A importância do conhecimento é fundamental na orientação de discussões e reflexões críticas a consideração da Ciência e da tecnologia em sua relação com a sociedade, pois seu significado vai muito além de agrupar números em fórmulas e executar operações complexas.

Ela permite também desmascarar as armadilhas, truques e mitos estatísticos que possam estar por detrás da simplicidade de apresentação de dados científicos – tecnológicos que englobam a sua sociedade (PONTE *et al.*, 1992).

Desse modo, a Matemática funciona como a mais expressiva inserção a sociedade tecnológica. É uma inserção que tanto fornece estudantes com habilidades técnicas pertinentes, que vão muito além da resolução e aplicação de fórmulas. Seu principal papel é dotar os futuros cidadãos de auxílios que os possibilitam interferir dados, estudar os modelos escolhidos de forma que os alunos possam melhor apresentar a realidade, obtendo ferramentas que lhes proporcionem a resolução de problemas, bem como habilidades que permitam criticar e posicionar-se frente aos problemas sócio – político-económico da sociedade, questionando-os e tomando decisões ajustadas em busca de melhores soluções para a sociedade.

Assim, o desenvolvimento do conhecimento matemático pode ser entendido como construtor social, em sua relação com as determinações social, políticas, económicas e culturais, pois essas actividades constroem uma relação histórica do homem com a natureza, de maneira tal que possa criar meios, modelos e instrumentos que lhe permita interagir com a natureza e solucionar problemas. Esses modelos ajudam a “transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual” (BASSANEZI, 2006 p.24)

Uma dificuldade actual do processo de ensino e aprendizagem da Matemática na escola é que os alunos só assimilam a forma de expressar os conceitos e não o seu conteúdo, assim conhecem distintos conceitos, distintas definições, mas não podem explicá-los, dar exemplos de vida, analisar algum efeito na base da definição estudada. Predomina na consciência e na memória dos alunos a expressão mecânica externa do objecto matemático sobre o conteúdo definido. Em virtude disso, os erros que os professores cometem aumentam de certa maneira as dificuldades que os alunos apresentam (FERNANDES, 1992).

Em sala de aula, a elaboração das ideias matemáticas pode partir de problemas que envolvam a ciência, a tecnologia, a sociedade, em correspondência com os interesses dos alunos, de forma a poder proporcionar um ensino mais significativo e reflexivo no qual o conhecimento matemático não seja apenas uma ferramenta operativa, mas também um conhecimento avaliativo e transformador da realidade. A Matemática funciona de acordo com regras convencionais preestabelecidas e seguem basicamente as leis aditivas, comunicativa, associativa e distributiva aplicada aos elementos que trabalha a Matemática. A articulação entre a Matemática e sociedade pode contribuir para que os alunos relacionem o que aprendem na escola e o seu quotidiano.

2.2 A Modelagem Matemática e as contribuições para competências de reflexão na acção

É a prática que constrói a educação assim como toda expressão das existências humanas “A teoria, em sentido amplo, é o esforço de realizar essa leitura e explicitar o sentido imanente a pratica” (PRETTO, 1985, p. 9). O termo de Modelagem Matemática significa processo para descrever, formular, modelar e resolver uma situação problema de alguma área do conhecimento (BASSANEZI, 2006). O objectivo fundamental é de proporcionar ao aluno melhor apreensão dos conceitos matemáticos, capacidade para ler, interpretar, formular e

resolver situações/problemas e também despertar-lhe censo crítico e criativo. A Modelagem Matemática para o ensino supõe contribuir não somente para aprimorar o ensino e aprendizagem da Matemática, como também propõem, reacção e interacção entre o corpo docente e o discente envolvido na contínua e necessária produção de conhecimento. Uma partilha mútua de experiências adquiridas.

A Modelagem Matemática ajuda principalmente no interesse do aluno frente a aplicabilidade Matemática e, por consequência na aprendizagem e no desenvolvimento de trabalho de pesquisa. Na maioria dos objectos, técnicas, tecnologias de quase todas culturas sociais desde as mais primitivas, a matemática se fez presente em maior ou menor grau de complexidade, implícita ou explícita. Para BASSANEZI, 1994) os modelos são ferramentas que podem contribuir para processar informações, estimular novas compreensões. Neste sentido, a função fundamental de um modelo é prover-nos com uma estrutura e global visão que inclui relações abstractas. Esses modelos ajuda-nos a fazer a reduzir o nível de abstracção. Por meio desses modelos somos levados a pensar sobre fenómenos complexos em um ou mais caminho para comunicar nossas ideias a outros.

Pensar em termos de modelos é bem diferente de pensar em categorias falsas e verdadeiras que dominam o nosso ensino de Matemática tradicional. Modelos podem ser construído para nossa própria razão cognitiva ou para proposta extensa de comunicação de nossas ideias e conceitos com outros. Assim, quando o aluno levanta dados sobre um tema ou assunto de alguma área de conhecimento e para melhor compreender este assunto precisará fazer o uso de alguma teoria matemática, em geral passa a se interessar e por recorrência a aprender (BARALDI, 1999).

A Modelagem Matemática pode ser entendida como uma abordagem de um problema não matemático por meio da Matemática onde características pertinentes de um objecto são extraídas com ajuda de hipóteses e aproximações simplificadas em termos matemáticos.

A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem pode oferecer contribuições que vão além da possibilidade de interacção da Matemática com a realidade. Um aspecto básico na actividade de modelagem compreende a construção de um modelo matemático da realidade que se pretende estudar, trabalhar com tal modelo para interpretar os resultados obtidos nesse trabalho, com vista a responder as questões inicialmente propostas (D'AMBROSIO, 2002).

De acordo com D'Ambrósio (2002) ao trabalharmos a Modelagem Matemática dois pontos são fundamentais: aliar o tema a ser escolhido com a realidade de nossos alunos; aproveitar a experiência extra classe dos alunos aliados a experienciam do professor em sala de aula. Entende-se deste modo que na aula de Matemática, o professor deve dar espaço ao aluno para desenvolver sua capacidade de reflexiva. Neste sentido a Modelagem Matemática configura como uma estratégia importante para as aulas de Matemática. Ela nos permite analisar e explicar um problema e tomar decisões sobre a compreensão do aluno.

Assim, colectar informações, formular hipóteses e tratá-las, obter modelos e validá-los (ou não) para determinadas situações, além de tornar a Matemática escolar mais interveniente, oportuna ao aluno o processo de reflexão-na-acção. Esta reflexão faz com que o aluno compreenda a sua acção, reorganize ou aprofunde o seu conhecimento acerca do problema em

estudo e, interagindo os conhecimentos construídos, desenvolve sua competência profissional futura (JAIME; NHÊZE, 1994).

A partir dos assinalamentos apresentados anteriormente, podemos enumerar distintos benefícios de trabalhar com Modelagem Matemática, por exemplo, ao matematizar os fenômenos reais podemos estimular a motivação dos alunos, facilitar a aprendizagem de conceitos, o conteúdo matemático pode passar a ter significado, redução do nível de abstração dos conteúdos matemáticos. Naturalmente esses aspectos podem contribuir para incentivar os alunos pelo gosto da Matemática. Devido a larga aplicação da Matemática, os alunos poderão passar a gostar das áreas de ciências, como a Física, a Química, Engenharias, Arquitetura, entre outras.

De acordo com Caraça (2002, p. 329) “um problema bem colocado pode se dizer que fica meio resolvido.”. Segundo esse autor, as dificuldades na modelagem de problemas conducentes a Equações Lineares assentam-se na tradução da linguagem corrente em linguagem Matemática associada com a combinação entre as variáveis escolhidas pelos alunos e as operações envolvidos no problema.

A correcta e eficiente modelagem de problemas conducentes a equações lineares passa também pela capacidade de extracção de dados, escolha de uma variável para o problema aliada a combinação entre a tal variável e as operações envolvidas do problema. Estes itens são as componentes do problema. O correcto tratamento destes implica um modelo que se adequa ao problema. Os erros repetidos, as incertezas, a forma confusa de ensinar actuam em geral e de forma predominante sobre a disposição dos alunos para aprenderem.

Neste processo de aprendizagem de modelagem percebe-se que, outras falhas são cometidas, por exemplo, quando se faz a exposição e representação de modelos uma noção matemática sem ser adequada a esta nação; quando se usam determinadas simplificações e generalizações; quando se usam formas incorrectas de escrita.

2.3 Modelagem Matemática na sala de aula

O uso da modelagem Matemática como metodologia de ensino em sala de aula e a tradução da linguagem corrente dos problemas para a linguagem Matemática são fundamentais para o correcto processo de aprendizagem.

Segundo Bassanezi (1994, p. 55), “na modelagem matemática, o aluno escolhe uma situação problema do mundo real, simplificando-a, estruturando-a e tornando-a mais precisa de acordo conhecimento matemático e interesse que ele tenha, chega formulação de um problema matemático e a um modelo real de situação, sob orientação do professor”.

Para Biembegut (2000), os alunos devem agrupar-se e escolher um tema de acordo os interesses e afinidades e, a seguir sob a direcção do professor cada grupo levanta questões sobre o tema/assunto, levanta dados de pesquisa e então fórmula um modelo Matemático. Assim Modelagem Matemática guia-se pelo conteúdo programático (e não programático) a partir de modelos Matemáticos aplicados a mais diversas áreas do conhecimento e, paralelamente pela orientação dos alunos a pesquisa. Para utilizar Modelagem Matemática no ensino, o professor actua duas abordagens: uma que lhe permita desenvolver conteúdo programático e, ao mesmo tempo apresentar o processo de modelagem e, e noutra frente em que orienta os seus alunos a modelar. Segundo Caraça (2002, p. 328) “se linguagem matemática se tornou um instrumento

indispensável para a sua aprendizagem e preciso para o adulto, constitui um dos entraves, para o raciocínio do principiante”.

As dificuldades que sustentam esta linguagem mostram aqui que esta é indispensável na Matemática para facilitar a sua tradução. A linguagem Matemática e a tradução Matemática são dois conceitos diferentes, mas interdependentes. A linguagem para além das suas funções de comunicação exerce outra função que se traduz por uma ajuda a pensamento e uma organização da acção.

A questão da linguagem, aqui assume um papel de maior relevância, pois no processo de resolução de um problema, o aluno não somente aprende novos princípios, mas também, uma série de estratégias eficientes para combinar princípios já conhecidos, isso é, aprender a pensar. O professor que queira trabalhar com Modelagem Matemática deve ser criativo, motivador e acima de tudo deve assumir a postura de um mediador entre o saber comum e o saber matemático, fazendo com que o aluno passe a ser um agente activo no processo de construção do saber (BAZZO; CURY, 2001).

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

3.1 Natureza do Estudo

Este artigo adoptou numa abordagem quantitativa, por considerar que tudo pode ser quantificável, o que significa traduzir em números opiniões e informações para classificá-las e analisá-las, mas também a necessidade de compreender com profundidade os significados que os participantes atribuíram as suas falas sobre o tema Requer o uso de recursos e de técnicas estatísticas, como percentagem, média, moda, mediana, desvio-padrão, coeficiente de correlação, análise de regressão, dentre outros. (Do ponto de vista dos seus objectivos foi do tipo hipotético, dedutivo, pois consistiu no estabelecimento de relações entre variáveis (GIL, 1991).

3.2 Universo da Pesquisa

O campo de pesquisa deste estudo circunscreve-se a Escola Secundária Samora Machel, cidade de Chimoio, Província de Manica, Moçambique. Participaram da pesquisa alunos que frequentam 8ª classe numa escola pública, que se localiza nos arredores da cidade supracitada, e um grupo de professores da referida escola. O Ensino Secundário Geral está dividido em dois ciclos (o 1º ciclo compreende a 8ª a 10ª classe e o segundo, a 11ª e 12ª classe). No ano 2020, essa escola tinha 420 alunos da 8ª classe distribuídos em 8 turmas e suportado por 3 professores. Das 8 turmas 5 funcionava no curso diurno com uma média de 60 alunos e 3 turmas no curso nocturno com uma média de 40 alunos. Assim, a escola possuía 420 alunos da 8ª classe. Essa pesquisa envolveu o 1º ciclo do Ensino Secundário Geral.

Participaram deste estudo 60 alunos da 8ª classe e 5 professores de Matemática do 1º ciclo, sendo que 3 leccionam 8ª classe. Esta amostra constitui a turma na qual o foi identificado o problema, representa 15% da população alvo, estando deste modo garantido que este número

de unidades de amostragem assegura características específicas de toda população alvo, isto é, ela é representativa. Amostragem da pesquisa foi o de amostragem probabilística simples.

3.3 Instrumento e Técnicas de Recolha de Dados

Objectivando responder as hipóteses levantadas no início da pesquisa e tomando em conta o contexto escolar foram utilizados como instrumentos: pré-teste e pós-teste aplicado aos alunos da 8ª classe e roteiro de entrevista não- estruturada para professores. Optou-se por uma entrevista não- estruturada caracterizada por um conjunto de questões abertas e colocadas de forma flexível, uma vez que tal abordagem permite compreender aprofundadamente o tema em investigação pelos professores. Importa referir que aplicou se o método empírico – foi utilizado na observação do comportamento dos alunos ao longo da aula experimental, isto é, medir seu entusiasmo durante o processo de modelagem de problemas conducentes a equações lineares e na resolução dos respectivos exercícios de aplicação (GIL, 1991).

3.4 Procedimentos de Análise de Dados

Para o tratamento dos dados foi aplicado o Statistical Package for Social Science (SPSS) versão 22.0 para o Windows, de acordo com o método adoptado neste estudo para analisar o resultado de pré-teste e pós-teste aplicado aos 60 alunos da 8ª classe em relação aos professores a análise dos dados foi na base das entrevistas. Os dados foram apresentados em tabelas, gráficos e descritivamente. Foram indicadas as frequências absolutas e relativas bem como as médias de comparação dos dois grupos (experimental e controlo) para atender os pressupostos do teste igualdade das médias (T-Test).

3.5 Descrição das aulas observadas leccionadas

Para este trabalho de pesquisa foram leccionadas três aulas (dois testes e uma aula teórica) direccionadas ao grupo amostral constituído pelos alunos.

Aula 1: na primeira aula foi realizado o pré-teste dirigido aos dois grupos amostrais com o propósito de verificar I nível de conhecimentos dos alunos a cerca da modelagem de problemas conducentes a equações lineares e averiguar se os dois grupos estavam no mesmo nível inicial a partida para a pesquisa. Teste constituído de dois números de exercícios, com quatro alíneas no primeiro número e duas alíneas no segundo. O primeiro exercício era meramente de tradução de linguagem corrente em Matemática e o segundo envolvendo o processo todo de modelagem, o teste teve a duração de 60 minutos.

Aula 2: esta aula tinha como tema revisão sobre modelagem de problemas conducentes a equação linear, onde o professor dá liberdade que os alunos expressem livremente o que sabem a cerca do tema. Seguidamente, sob mediação do professor as duas partes constroem a aula com recurso a procedimentos heurísticos, segundo os quais o professor lança impulsos e os alunos buscam por si só o conhecimento, onde o professor enfatiza a tradução da linguagem corrente para a matemática como a chave do sucesso no processo de modelagem. Com uso dos

procedimentos heurísticos durante a abordagem sobre o tema os alunos tornam-se mais espontâneos e activos durante parte significativa dos 90 minutos que durou a aula.

Aula 3: Foi realizado o pós-teste dirigido aos dois grupos amostrais, o experimental e o de controlo, com o objectivo de verificar a evolução dos conhecimentos adquiridos durante a aula experimental, isso é, observar o efeito resultante das variáveis aplicadas nessa amostra e comparar os resultados desse grupo com o de controlo. O referido teste continha exercícios do mesmo género do pré-teste com mesmo grau de dificuldades, por realizar num período de 45 minutos, correspondente a um tempo lectivo, como forma de observar se era realmente evidente a sua evolução depois da aula experimental.

4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA

4.1 Resultados do pré-teste e sua análise

Foram submetidos aos testes 60 alunos da 8ª classe da escola secundária Samora Machel -Chimoio em finais de 2019, dos quais 30 do grupo de controlo os restantes 30 são do grupo experimental. A tabela abaixo é ilustrativa das capacidades e habilidades daquele grupo amostral antes da introdução de uma nova estratégia de modelagem de problemas condicentes a Equações Lineares A seguir apresenta-se os dados referentes aos dois grupos (de controlo e experimental).

O teste que representa a igualdade de medias:

Tabela 1: Médias do pré-teste.

Group Statistics

| | Grupo onde o aluno pertence | N | Mean | Std. Deviation | Std. Error Mean |
|----------|-----------------------------|----|--------|----------------|-----------------|
| VAR00001 | Grupo de control | 30 | 9.2500 | 2.73468 | .49928 |
| | grupo experimental | 30 | 8.8333 | 2.73336 | .49904 |

Fonte: Elaborada pelo pesquisador.

Tabela 2: Test do pré-teste para igualdade de medias.

Independent Samples Test

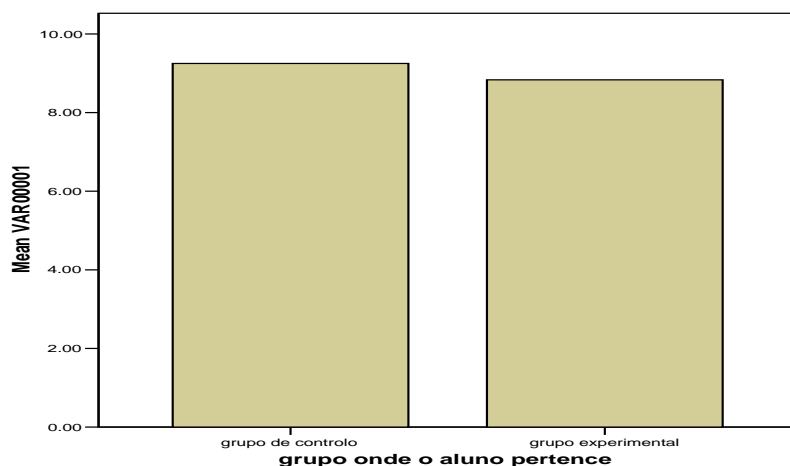
| | | Levene's Test for Equality of Variances | | t-test for Equality of Means | | | | | | |
|----------|-----------------------------|---|------|------------------------------|--------|-----------------|-----------------|-----------------------|---|---------|
| | | F | Sig. | T | Df | Sig. (2-tailed) | Mean Difference | Std. Error Difference | 95% Confidence Interval of the Difference | |
| | | | | | | | | | Lower | Upper |
| VAR00001 | Equal variances assumed | .044 | .835 | .590 | 58 | .557 | .41667 | .70592 | -99639 | 1.82972 |
| | Equal variances not assumed | | | .590 | 58.000 | .557 | .41667 | .70592 | -99639 | 1.82972 |

Fonte: Elaborada pelo pesquisador.

Na tabela 1 são apresentadas as médias de números de alunos que os dois grupos obtiveram após a realização do pré-teste. Desta observa-se que as médias dos dois grupos, o de controlo e experimental são 9.2500 e 8.8333 em valores acima citados respectivamente. Examinando estes números pode-se observar que existe uma diferença entre os dois grupos amostrais, porém, esta diferença é insignificante ao nível de significância de 5%, como ilustra a tabela 2 dos resultados obtidos após o teste de hipótese para a igualdade de médias ao nível de confiança de 95%.

Como se pode observar o valor do *sig* (2 tailed) do t-test para igualdade de médias do número de alunos é igual a 0,557, que é maior do que 5% correspondente ao nível de confiança. Daí que se aceita que as médias amostrais dos dois grupos sejam iguais, isto é, inicialmente os dois grupos estão ao mesmo nível de conhecimento do conteúdo em questão.

O Gráfico 1, a seguir, ilustra a diferença de médias amostrais obtidas pelos dois grupos nos resultados de pré-teste. Como se pode ver, as alturas das barras das médias correspondentes ao grupo de controlo e do grupo experimental tem uma diferença de níveis estatisticamente considerada insignificante.



4.2 Resultados do pós-teste e sua análise

São apresentados a seguir os resultados do pós-teste para os dois grupos amostrais. O T-Test visa comparar as médias entre dois grupos de amostra.

Tabela 3: médias do pós-teste

Group Statistics

| | Grupo onde o aluno pertence | N | Mean | Std. Deviation | Std. Error Mean |
|--|-----------------------------|----|---------|----------------|-----------------|
| | Grupo de controlo | 30 | 9.1333 | 2.65854 | .48538 |
| | Grupo experimental | 30 | 12.0167 | 2.62115 | .47855 |

Fonte: Elaborada pelo pesquisador.

Tabela 4: T-test do pós-teste para igualdade de media.

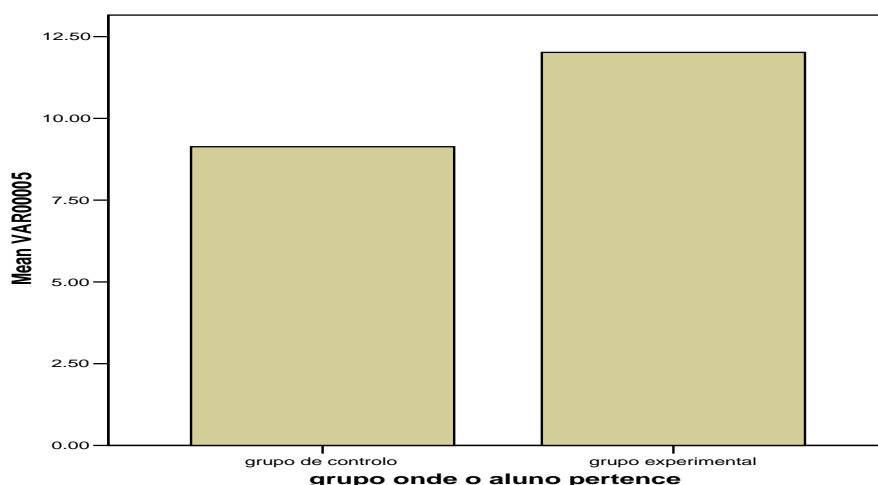
Independent Samples Test

| | | Levene's Test for Equality of Variances | | t-test for Equality of Means | | | | | | |
|-----------------------------|------|---|--------|------------------------------|------|-----------------|-----------------|-----------------------|---|-------|
| | | F | Sig. | T | Df | Sig. (2-tailed) | Mean Difference | Std. Error Difference | 95% Confidence Interval of the Difference | |
| | | | | | | | | | Lower | Upper |
| Equal variances assumed | .170 | .682 | -4.230 | 58 | .000 | -2.88333 | .68162 | -4.24775 | -1.51892 | |
| Equal variances not assumed | | | -4.230 | 57.988 | .000 | -2.88333 | .68162 | -4.24775 | -1.51891 | |

Fonte: Elaborada pelo pesquisador.

Estão apresentadas na Tabela 3 as médias de alunos dos dois grupos amostrais, o de controlo e o experimental que são de 9.1333 e 12.0167, respectivamente. Aplicado o teste *t-student* ao nível de confiança de 5% permitiu a conclusão de que a diferença de médias dos dois grupos amostrais é significativa, isto é maior parte de alunos de grupo experimental superaram as dificuldades de modelagem de problemas conducentes a equações lineares, dado que o sig (2 tailed) do t-test da tabela 4, teste de igualdade de médias dos números de alunos é menor do que 5%, tem o valor de 0,000, então rejeita-se a hipótese de que a médias dos números de alunos dos dois grupos são iguais. Esse resultado pode ser compreendido quando Bassanezi (1994, 2006) reforça a relevância da modelagem para a aprendizagem da Matemática. Neste caso ficou evidente essa metodologia contribuiu para a aprendizagem desse conteúdo matemático.

Olhando para o Gráfico 02, a seguir, observa-se que no pós-teste os alunos do grupo experimental mostram ter adquirido habilidades sobre o conteúdo em estudo.



4.3 Resultados de questionário concedidos a professores e sua análise

Para melhor compreensão em relação aos questionários dirigidos aos 5 professores de Matemática, apresentamos essa pergunta do questionário acompanhada da exploração da tese dos resultados em frequências absoluta e relativa.

1. Quais são os procedimentos metodológicos que utilizam na modelagem de problemas conducentes a equações lineares?

Todos cinco professores (100%) afirmaram cumprir com todas funções didáticas, onde a introdução e motivação era feita na base de um problema buscado no livro de matemática da 8ª classe em uso na instituição. No processo transmissão e mediação apenas um professor (20%) teve o cuidado de chamar atenção ao facto de neste processo existir a necessidade de promover e incentivar nos alunos práticas que visem o ganho de habilidades na tradução da linguagem corrente em matemática, tendo os restantes 4 professores (80%) encarado esta etapa com natural indiferença.

Face as respostas dessa pergunta, entendemos que nenhum professor deixa que seja o aluno a escolher o problema do seu meio social, como forma de tornar este mesmo aluno mais motivado para resolvê-lo.

2. Que dificuldades têm enfrentado no processo educativo da modelagem de problemas conducentes a Equações Lineares?

Dos cinco professores que tiveram a posse do questionário, três (60%) destes disseram ter atravessado maiores dificuldades ao traduzir a linguagem corrente em linguagem matemática, entretanto os restantes (40%) tiveram maiores dificuldades no processo de combinar variáveis e operações matemáticas.

Facto curioso, é que apenas um professor realça a necessidade de se prestar atenção a tradução da linguagem corrente para linguagem Matemática. Essas dificuldades são referencias na literatura, por exemplo, Biembegut (2000) chama atenção a importância e os cuidados na aplicação da Modelagem Matemática como metodologia de ensino.

3. Acha que a diversificação de exercícios relacionados com a modelagem de problemas conducentes a equações lineares tem relação com o ganho de habilidades por parte dos alunos? Como?

Em relação a esta questão todos os cinco professores (100%) foram unânimes afirmar que tanto em exercícios referentes a modelagem de problemas conducentes a equações lineares como para todo e qualquer tipo de exercícios de outros conteúdos a diversificação constitui sim um factor de aprimoramento deste conhecimento. Dois deles (40%) foram mais longe ao afirmar que cada exercício é um exercício, o que obriga ao aprendiz a uma capacidade de reflexão e consequentemente capacidade de aprendizagem.

4. Acha que o factor tempo é uma limitante para não se submeterem os alunos a muitos exercícios?

Dos professores 100% concordaram que o factor tempo é limitante no processo de correcção de muitos exercícios, uma vez que maior parte de os alunos não participam na relação de TPC's, o que torna a correcção em sala de aula morosa.

A resposta dada pelos professores é interessante, porque em algum momento os educadores se esquecem do seu papel na sala de aula, que é de formar futuros profissionais, e que diante de todas circunstâncias têm obrigações de criar alternativas de solução dos problemas.

5. O que mais gostava de dizer relativo a modelagem de problemas conducentes a Equações Lineares?

Apenas um professor (20%) deixa ficar que até ao nível da 8ª classe a modelagem é um processo que não faz parte do quotidiano do aluno da matemática, estes encaram a matemática como ciência de cálculos e não de procura de modelos ou geometria, o que faz deste processo complexo. Os restantes quatro professores optaram pelo silêncio, perfazendo 80%.

O processo de Modelagem Matemática perfaz o caminho da investigação científica e produz uma realidade que se deduz de concepções prévias. A Modelagem Matemática contribui não somente para aprimorar o ensino e aprendizagem matemática, como também propõe reacção e interacção entre o corpo docente e discentes envolvidos na contínua e necessária produção do conhecimento. Face ao pré-texto apresentado nesse item são notórios os fracos níveis do desenvolvimento mental que iriam proporcionar habilidades de interpretação lógicas e de aplicação de conteúdos em estudos.

As habilidades de reconhecimento de vocabulário de problema, de análise de texto, de ordenamento das partes principais dos problemas e de rigor na construção de modelos encontram abaixo dos níveis aceitáveis. No pré-teste, a tradução da linguagem corrente em matemática é deflagrada pelas dificuldades que os alunos têm em combinar quantidades e variáveis, isto é, estes confundem a aplicação dos operadores partitivos pelos multiplicativos e vice-versa.

Aqui, os alunos ao invés de aplicar três (3) multiplicados pela variável quando se trata de um problema que envolve o triplo usam $\frac{1}{3}$ e vice-versa. Verificam-se ainda neste item de tradução da linguagem a ausência de aplicação da variável junto do operador. Para a superação das dificuldades de aplicação de operadores, o autor coloca os alunos como estratégias apresentação de características específicas de cada tipo de operador:

- ✓ *Os operadores partitivos* representam uma quantidade que é repartida, tem como características o uso do termo “parte” ou iniciam pelo termo “um”.

Exemplos: A quarta parte ($\frac{1}{4}k$) Um quinto ($\frac{1}{5}n$)

- ✓ *Os operadores multiplicativos* têm a característica de multiplicar uma determinada quantidade e tem a terminação “pulo”.

Exemplos: O tripulo (3m) O quádruplo (4y)

- ✓ Os operadores multiplicativos-partitivos representam tantas quantidades partidas como multiplicadas.

Exemplos: Dois terços ($\frac{2}{3}x$) Três quartos ($\frac{3}{4}z$)

Ao longo da aula experimental, com a introdução de uma nova variável metodológica, segundo a qual os problemas discutidos em sala de aula são conjuntamente elaborados pelo professor e alunos, estes últimos tornam-se sujeitos activos no processo de construção do conhecimento e mais espontâneos, eufóricos e entusiasmados. O pós-teste realizado por um aluno e apresentado neste item é ilustrativo de desenvolvimento e amadurecimento de nível mental dos alunos com a aula experimental, é visível a coerência e capacidade de organização demonstrada por esse aluno.

5. PROPOSTA DIDÁCTICA PARA MINIMIZAÇÃO DE DIFICULDADES NA MODELAGEM DE PROBLEMAS CONDUCENTES A EQUAÇÕES LINEARES

A Modelagem Matemática é uma metodologia alternativa para o ensino da Matemática que pode ser tanto no ensino básico, como médio ou superior. A partir de conceitos gerais, procura-se mostrar a importância da matemática para o conhecimento e compreensão da realidade onde se vive. Em função da natureza do processo de modelagem e da dos alunos entanto que aprendizes, o autor da pesquisa destaca a seguinte proposta para o processo:

A introdução da aula de modelagem de problemas conducentes a Equações Lineares deve ser feita mediante a elaboração conjunta pelo professor e alunos de um problema do meio social do aprendiz, como forma de motivá-lo, entusiasamá-lo e fazê-lo com que se sinta responsável pela resolução do problema. Ao longo do processo de modelagem o professor deve chamar atenção aos alunos pelo facto de a tradução da linguagem corrente em linguagem Matemática ser o factor chave para o sucesso.

O processo de modelagem deve ser antecedido pela leitura atenciosa do problema e extracção de dados; a extracção de dados é acompanhada pela escolha de uma letra para representar a variável do problema; após a escolha da variável segue-se a combinação desta com as quantidades (operadores) e operações envolvidas no problema;

Notas: o cálculo do valor da variável deverá fazer parte deste processo, apenas como comprovativo de que o modelo encontrado está ou não certo; A tradução da linguagem corrente em Matemática ocorre de forma implícita com a extracção de dados e combinação de quantidades e operações.

Exercícios propostos

Equacione os seguintes problemas:

1. A soma das idades do Zé e Tó é 25 anos. Sabendo que To é mais novo 3 anos que Zé. Qual é a sua idade de cada um?

Dados

Escolha de variáveis

A – idade de Tó

B – idade de Zé

Combinação de variáveis e operações (procura de modelos)

$A + b = 25 \rightarrow$ modelo para o problema

$B = a + 3 \rightarrow$ modelo para idade de Zé

Cálculo dos valores de variáveis para comprovação dos modelos:

$$a + 3 + a = 25$$

$$2a + 3 = 25$$

$$2a = 25 - 3$$

$$2a = 22$$

$$a = \frac{22}{2} = 11$$

Assim:

$$b = a + 3$$

$$b = 11 + 3$$

$$b = 14$$

$$a + b = 25$$

$$11 + 14 = 25$$

$$25 = 25$$

Portanto, o Zé tem 14 anos e o To 11 anos de idade. Os modelos encontrados estão correctos.

2. A Rita deu metade dos rebuçados e mais um ao seu irmão Zeca, metade dos que lhe restaram a prima Joana. Verificou então que só ficou um rebuçado. Quantos tinha comprado?

Dados

Escolha da variável

K – Rebuçados que a Rita comprou

Combinação da variável com operações envolvidas

$(\frac{1}{2}K + 1)$ - Rebuçados dados ao Zeca

$(\frac{1}{4}K)$ - Rebuçados dados a tia Joana

$K - (\frac{1}{2}K + 1) - \frac{1}{4}K = 1$ - Modelo para o problema

Cálculo do valor de variável para comprovação do modelo:

$$K - (\frac{1}{2}K + 1) - \frac{1}{4}K = 1$$

$$k - \frac{1}{2}k - 1 - \frac{1}{4}k = 1$$

$$(4) \quad (2) \quad (4) \quad (1) \quad (4)$$

$$4K - 2K - 4 - K = 4$$

$$4K - 2K - K = 4 + 4$$

$$K = 8$$

Cálculo do número de rebuçados dados ao Zeca

$$\frac{1}{2}k + 1$$

$$\frac{8}{2} + 1$$

$$4 + 1 = 5$$

Número de rebuçados dados a Joana

$$\frac{1}{4}k = 0$$

$$\frac{8}{4} = 2$$

Assim, teremos:

$$8 - 5 - 2 = 1$$

$$3 - 2 = 1$$

$$1 = 1$$

O modelo encontrado esta correcto.

Nota: esta pesquisa visa trazer a superfície uma metodologia alternativa que minimize as dificuldades na modelagem de problemas com Equações Lineares, os cálculos apresentados nos exercícios propostos servem apenas de comprovativos dos modelos encontrados.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O que se constata com resultado dos dados colhidos por meio de observações nas aulas experimentais e os testes estatísticos aplicados na análise de dados chega-se as seguintes conclusões: Os resultados do pós-teste são ilustrativos da diferença existente entre o grupo de controlo e o experimental, isto é, maior parte dos alunos do grupo experimental superaram as dificuldades de modelagem de problemas conducentes a Equações Lineares, comparativamente ao grupo de controlo, assim a proposta do autor é valida.

As maiores dificuldades na moldagem de problemas conducentes a equações lineares centram-se na tradução da linguagem corrente em linguagem Matemática, basicamente no uso dos operadores partitivo e multiplicativo. A superação destas dificuldades vai facilitar a combinação de outros elementos como operadores e variáveis e operações. Em função das respostas do questionário dado aos professores, percebe-se que 80% destes não encaram nem chamam atenção aos alunos, o facto de a tradução da linguagem corrente em linguagem Matemática constituir o factor chave no processo de modelagem de problemas conducentes à Equações Lineares, o que torna ainda mais complicado o processo. O facto de os professores buscarem apenas problemas patentes em livros de ensino da Matemática e não elaborarem

conjuntamente com a turma um problema do meio social deste, faz com que o aluno não se sinta motivado em resolvê-lo caso contrário ele sente-se responsável pela resolução.

Referências

- BARALDI, Ivete Maria. *A Matemática na Escola: que Ciência é esta?* Bauru: DOSC, 1999.
- BAZZO, Walter António; CURY, Maria Helena. *Formação Crítica em Matemática: uma Questão Curricular?* 6ª Edição. Editor Atlas. São Paulo, 2001.
- BIEMBENGUT, M.S & HEIN, N. *Modelagem Matemática no ensino*. São Paulo: Contexto, 2000.
- BASSANEZI, R. Modeling as a teaching-learning strategy. For the learning of mathematics, Vancouver, v. 14, n. 2, p. 31-35, 1994.
- BASSANEZI, R. Ensino – aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. 3ª ed.-São Paulo: Contexto, 2006.
- PONTE, J. P., BOAVIDA, A., Graça, M., e ABRANTES, P. *Didáctica de Matemática, Matemática do Ensino Secundária*. Portugal. 1992.
- CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos Fundamentais de Matemática*, 4ª edição. Lisboa. Gradina, 2002.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. *Da realidade a Acção: Reflexões Sobre a Educação Matemática*. São Paulo: Summus, 2002.
- FERNANDES, Dárida Maria. *Educação matemática no primeiro ciclo do ensino básico*, Paulo. Cortez. 1992.
- GIL, António Carlos. *Como Elaborar Projectos de Pesquisa*. 4ª ed., São Paulo, Atlas Editora, 1991.
- JAIME, Silva, NHÊZE. Ismael. *As História de Matemática nos novos Programas de Matemática*. São Paulo. Cortez. 1994.
- PRETTO, Nelson de Luca. *A Ciência nos Livros Didácticos*. Campira/Salvador, 1985.
- SKOVSMOSE, Ole. *Educação Matemática Crítica. A Questão de Democracia Campiras*. São Paulo: Papyrus, 2001.