



PRÁTICA FORMATIVA DE SIMETRIA PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL

SYMMETRY TRAINING PRACTICE FOR ELEMENTARY EDUCATION MATHEMATICS TEACHERS

PRÁCTICA DE FORMACIÓN EN SIMETRÍA PARA PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Paulo Vitor da Silva Santiago^{*}

Francisco Régis Vieira Alves^{**}

Maria José Costa dos Santos^{***}

RESUMO

O presente artigo versa sobre o ensino de Simetria, ressaltando sua relevância na formação docente de professores de matemática que atuam em escolas do campo mediadas pelo *software* GeoGebra. Objetiva assim, analisar uma Sessão Didática Campesina na exploração das propriedades algébricas inerentes às rotações e reflexões em Grupos de Simetrias do Triângulo Equilátero, utilizando o *software* GeoGebra como ferramenta de apoio. Trata-se de um estudo qualitativo no formato estudo de caso, que tem como objeto de estudo uma prática inovadora para ser realizada na Formação Docente Campesina com quatro professores de Matemática que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental delineada na metodologia de ensino Sequência Fedathi. Para tanto nos embasamos na metodologia de ensino Sequência Fedathi, Teoria da Objetivação, Ensino de Geometria e o GeoGebra. Resultados mostram que a Sessão Didática campesina com estudos da Sequência Fedathi, Teoria da Objetivação, Ensino de Geometria e GeoGebra potencializou um ensino de Matemática dinâmico e contextualizado. Concluindo com a importância da formação continuada de professores campesinos e o trabalho inovador tecnológico com o recurso buscou evidenciar o *software* GeoGebra com os Grupos de Simetrias do Triângulo Retângulo.

Palavras-chave: Grupos de simetria. GeoGebra. Formação. Campesina. Sessão didática.

^{*} Doutor em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal do Ceará (UFC). Pós-Doutorando em Matemática (UFAL), Maceió, Alagoas, Brasil. Endereço para correspondência: Avenida General Afonso Albuquerque Lima, Cambeba, Fortaleza, Ceará, CEP: 60822-325. E-mail: paulovitor.paulocds@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6608-5452>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/9028281383409966>.

^{**} Pós-Doutor em Matemática na Universidade Federal do Paraná (UFPR). Docente no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Campus Fortaleza, Fortaleza, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Avenida Treze de Maio, 2081, Benfica, Fortaleza, Ceará, CEP: 60040-531. E-mail: fregis@ifce.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3710-1561>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3288513376230522>.

^{***} Pós-Doutora em Educação, Universidades do Estado do Rio de Janeiro (UERJ). Professora Adjunta da Universidade Federal do Ceará (UFC), Fortaleza, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Waldery Uchôa, 01, Benfica, Fortaleza, Ceará, CEP: 60020-110. E-mail: mazzesantos@ufc.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9623-5549>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3144508981197442>.

ABSTRACT

This article discusses the teaching of Symmetry, highlighting its relevance in the teacher training of mathematics teachers working in rural schools using GeoGebra software. It aims to analyze a Rural Teaching Session exploring the algebraic properties inherent to rotations and reflections in Symmetry Groups of Equilateral Triangles, using GeoGebra software as a support tool. This qualitative case study focused on an innovative practice implemented in Rural Teacher Training with four mathematics teachers working in the final years of elementary school, based on the Fedathi Sequence teaching methodology. We drew on the Fedathi Sequence teaching methodology, Objectification Theory, Geometry Teaching, and GeoGebra. The results show that the Rural Teaching Session, including studies of the Fedathi Sequence, Objectification Theory, Geometry Teaching, and GeoGebra, enhanced dynamic and contextualized mathematics teaching. Concluding with the importance of continuing education for rural teachers and innovative technological work with the resource, we sought to highlight the GeoGebra software with the Symmetry Groups of the Right Triangle.

Keywords: Symmetry Groups. GeoGebra. Training. Rural. Teaching Session.

RESUMEN

Este artículo aborda la enseñanza de la simetría, destacando su relevancia en la formación docente de profesores de matemáticas que trabajan en escuelas rurales utilizando el software GeoGebra. El objetivo es analizar una Sesión Didáctica Rural que explora las propiedades algebraicas inherentes a las rotaciones y reflexiones en Grupos de Simetría de Triángulos Equiláteros, utilizando el software GeoGebra como herramienta de apoyo. Se trata de un estudio de caso cualitativo, centrado en una práctica innovadora para implementar en la Formación del Profesorado Rural con cuatro profesores de matemáticas que trabajan en los últimos años de primaria, descrita en la metodología de enseñanza de la Secuencia Fedathi. Para ello, nos basamos en la metodología de enseñanza de la Secuencia Fedathi, la Teoría de la Objetivación, la Enseñanza de la Geometría y GeoGebra. Los resultados muestran que la Sesión Didáctica Rural, que incluyó estudios de la Secuencia Fedathi, la Teoría de la Objetivación, la Enseñanza de la Geometría y GeoGebra, mejoró la enseñanza de las matemáticas de forma dinámica y contextualizada. La sesión concluyó destacando la importancia de la formación continua para el profesorado rural y el trabajo tecnológico innovador con el recurso, destacando el software GeoGebra y los Grupos de Simetría de Triángulos Rectángulos.

Palabras clave: Grupos de simetría. GeoGebra. Formación. Rural. Sesión didáctica.

1 INTRODUÇÃO

Os Grupos de Simetria são estruturas matemáticas que descrevem as invariâncias de um objeto sob certas transformações geométricas, ao descrever as aplicações em diversas áreas do conhecimento, desde a física, a química, a ciência da computação até a arte (Armstrong, 1988; Shubnikov; Koptsik, 1974). No cerne da compreensão dessas aplicações reside a Teoria dos Grupos, um ramo fundamental da Álgebra Abstrata que fornece o arcabouço teórico para o estudo de estruturas algébricas como grupos, anéis e corpos, cujos conceitos essenciais, detalhados por Dummit e Foote (2004) e Lang (2002), revelam um tipo

particular na organização das propriedades desses polígonos regulares e dos sólidos platônicos.

Essa relação entre a Geometria e a Álgebra se estende aos sólidos platônicos, cujas elevadas simetrias também são estruturadas pela linguagem dos grupos (Coxeter, 1973). As características inerentes a essas simetrias geométricas encontram aplicações em outras áreas das ciências da natureza. Por exemplo, a simetria molecular desempenha um papel importante na determinação das propriedades físicas e químicas de compostos (Cotton, 1990), enquanto padrões de simetria são observados na disposição de cristais e em fenômenos biológicos, como a estrutura helicoidal do Ácido Desoxirribonucleico - DNA (Watson; Crick, 1953).

Apesar da vasta aplicabilidade dos Grupos de Simetria em diversos campos do conhecimento, observa-se uma relativa escassez de discussões aprofundadas sobre o tema no contexto específico da formação continuada de professores de matemática do Ensino Fundamental que atuam nas escolas do campo. Como aponta Imbernón (2017), a formação continuada é essencial para a atualização e o desenvolvimento profissional dos docentes.

Assim como Santiago, Alves e Santos (2025) também trabalha a perspectiva coletiva do *software* GeoGebra. Em seus estudos ressaltava que o GeoGebra reúne recursos de geometria, álgebra, cálculo e estatística em um mesmo ambiente interativo. Sua utilização no contexto educacional favorece a exploração visual e experimental de conceitos matemáticos, promovendo o ensino e aprendizagem.

Já a Teoria da Objetivação (TO), proposta por Radford (2014), fundamenta-se na perspectiva sociocultural da aprendizagem e compreende o conhecimento como um processo coletivo de objetivação e histórico de produção de significados da subjetivação. Nesse sentido, a teoria contribui para compreender como os professores e alunos constroem o saber matemático por meio da interação em grupos, da mediação com os artefatos e das práticas sociais.

Essa abordagem metodológica da TO, possibilita que os educadores realizem planejamentos experimentais e bem estruturados, nos quais a reflexão sobre a própria prática e a análise das ações implementadas se tornam centrais para a construção de novos saberes profissionais (Radford, 2014). Ao engajar-se na investigação e na resolução de problemas didáticos, o professor tem a oportunidade de objetivar conceitos socioculturais e ressignificar suas práticas pedagógicas em sala de aula.

É importante ressaltar que o presente trabalho se configura como um recorte de uma pesquisa de doutorado, vinculada ao Programa de Pós-graduação Rede Nordeste de Ensino

(RENOEN) no polo da Universidade Federal do Ceará (UFC), campus Fortaleza. De todos os questionamentos levantados, uma delas direcionou as reflexões aqui apresentadas: como incluir uma proposta tecnológica na formação continuada campesina mediada pelo GeoGebra, Teoria da Objetivação e Sequência Fedathi com professores de Matemática no ensino de Geometria?

O presente artigo tem como objetivo principal analisar uma Sessão Didática Campesina que aborda os Grupos de Simetria no contexto da formação continuada de professores de matemática dos Anos finais do Ensino Fundamental que atuam em escolas do campo, integrando o *software* GeoGebra. Para estruturar essa proposta, utilizamos a metodologia de ensino Sequência Fedathi, conforme proposta por Borges Neto (2018), como um guia para o planejamento de uma Sessão Didática Geométrica. Adicionalmente, a pesquisa se fundamenta na Teoria da Objetivação (Radford, 2014), buscando compreender como a interação com a proposta pode contribuir para o labor conjunto dos professores de matemática em relação aos conceitos de Simetria no ensino de Matemática.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Formação docente campesina

A formação docente abrange desde a habilitação inicial até o processo contínuo de desenvolvimento profissional. Costa (2017) destaca que esse percurso se estende da formação acadêmica ao contexto prático, incluindo espaços formais e informais. Partindo desse pressuposto, discutimos a formação de professores da Educação do Campo, seus percursos, a prática pedagógica e os saberes produzidos na academia e nas vivências sociais cotidianas.

Nesse contexto de interações simbólicas com os professores, recorremos a Caldart (2000), que nos leva a refletir sobre a escola do campo como um espaço para conhecer, problematizar, criticar e valorizar os saberes da agricultura, em articulação com uma formação que integra a qualificação social e profissional. Arroyo (2012) observa que a priorização de concepções urbanas na formação de educadores resulta na persistência de um protótipo único e genérico de docente.

As consequências são graves: formação que privilegia a visão urbana, percepção das escolas do campo como em extinção e envio de professores urbanos sem vínculo com a cultura e os saberes dos povos do campo. Isso gera instabilidade para os povos do campo e

para esses professores, e impede a consolidação de um corpo de profissionais identificados e formados para garantir o direito à educação básica dos povos do campo (Arroyo, 2012).

A escola e o conhecimento são direitos dos homens e mulheres do campo; entretanto, os saberes escolares devem estar em consonância com os valores, a cultura e a formação que se desenvolvem fora da instituição (Arroyo, 2004).

Nessa perspectiva, a valorização do trabalho docente, alinhada à identidade própria para o exercício do magistério na escola do campo, demonstra a responsabilidade social do professor e seu compromisso em assegurar o direito à educação do povo do campo (Arroyo, 2004). O professor reconstrói sua prática a partir da interação com a cultura, a historicidade pessoal, local e da sociedade.

No Ceará, as discussões sobre Educação do Campo são relevantes e frequentes, dada a sua inclusão nos currículos educacionais. Reconhecida pela Secretaria de Educação do Estado do Ceará por seu engajamento com movimentos sociais e sindicais rurais, a Educação do Campo tem ampliado a qualidade do ensino oferecido à população camponesa, atendendo às demandas da classe trabalhadora por meio da construção de escolas (Seduc, 2005).

Um diferencial marcante das escolas do campo em relação às escolas tradicionais é o campo experimental. Ele surgiu do diálogo com o Movimento dos Trabalhadores Rurais sem Terra (MST) e as famílias durante seminários e a formulação dos Projetos Político Pedagógicos (PPP) das primeiras escolas do campo.

O campo experimental é um espaço físico adjacente à escola, destinado a práticas pedagógicas de produção, onde teoria e prática, educação e produção se encontram. Seus objetivos principais são a educação de alunos do Ensino Fundamental e Médio, a formação de cidadãos conscientes de seus direitos e o incentivo à permanência e ao desenvolvimento do campo (Silva, 2016).

O campo experimental transcende a prática estudantil e a experimentação em si. Não se resume a um terreno para pesquisas, mas abrange todas as ações de organização do trabalho prático na Educação do Campo. Embora demande uma área física, o campo experimental configura-se como uma estratégia, um conjunto de ações que visam fortalecer a agricultura familiar camponesa e a reforma agrária a partir da escola. Silva (2016) destaca que o campo é um laboratório onde se experimenta, pesquisa e desenvolve tecnologias para a agricultura camponesa, considerando a realidade produtiva de cada comunidade.

Nesse sentido, busca-se no campo experimental um espaço educativo interdisciplinar, de trabalho e de produção de conhecimento, onde o saber se manifesta de forma diversificada

em um local específico, aprofundando o conhecimento científico. Outro princípio educativo da escola do campo é a integração entre inventário e experimentação com a intervenção disciplinar, conectando educação e produção. O inventário, nesse contexto, é uma ferramenta pedagógica que auxilia as atividades docentes, unindo o saber e a realidade local, contribuindo para o processo produtivo local e auxiliando na resolução de questões fundamentais nos assentamentos, abordando temas relacionados a problemas e pesquisas, oferecendo um trabalho educativo que ultrapassa os muros da escola (Silva, 2016).

A formação de professores qualificados para atuar em escolas do campo é um desafio contemporâneo. Existe uma demanda por profissionais com formação em pedagogia na educação rural. Essa problemática se manifesta em diversas instituições, onde os docentes frequentemente atuam sem a formação adequada para ministrar aulas alinhadas à realidade dos alunos do campo (Almeida, 2022).

A Sequência Fedathi propõe uma reorientação da conduta pedagógica do professor, incentivando ações que posicionem o aluno como protagonista no processo de aprendizagem. Nesse sentido, a adoção da Sequência Fedathi busca qualificar a prática educativa, promovendo um desenvolvimento profissional que se reflita em uma atuação docente dinâmica. (Scipião *et al.*, 2024). Essa metodologia é utilizada como um *Plateau* para analisar e fundamentar a postura do professor de matemática durante a implementação da proposta na formação continuada (Borges Neto, 2018).

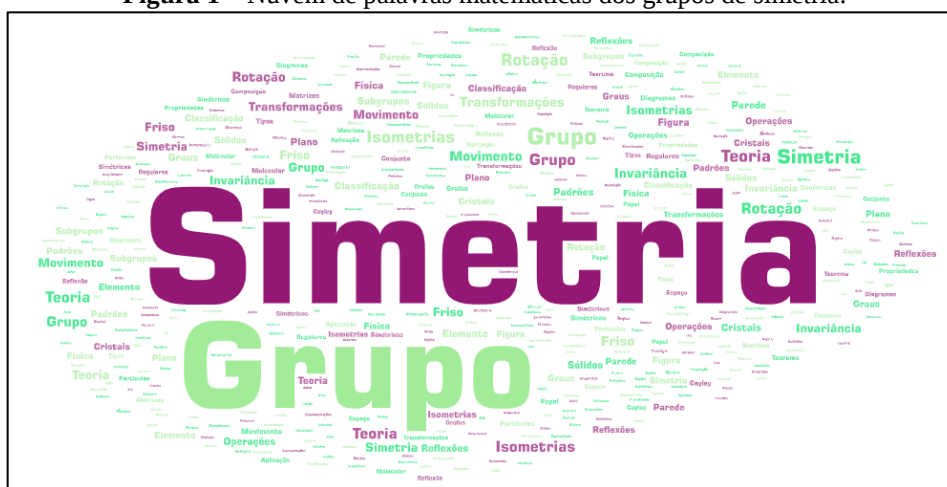
2.2 Análise inicial da epistemologia dos Grupos de Simetria

A exploração dos Grupos de Simetria ganha uma dimensão particularmente prática quando observamos as relações e combinações que podem ser visualizadas a partir de artefatos concretos. A manipulação física de objetos com diferentes Simetrias, como polígonos recortados ou modelos tridimensionais, atua como um facilitador experimental no processo de ensino-aprendizagem. Essa abordagem visual permite aos professores em formação continuada internalizar os conceitos abstratos de simetria por meio de construções geométricas, identificando as transformações que preservam a forma e a estrutura do objeto (Piaget; Inhelder, 1956). A concretude oferece um ponto de partida intuitivo para a compreensão das operações de simetria, como rotações e reflexões, e suas combinações na formação da estrutura do grupo.

Este estudo propõe uma implementação prática alicerçada na Sequência Fedathi para aprimorar as práticas de ensino, considerando a vivência do professor com o *software* GeoGebra na construção do labor conjunto da Teoria da Objetivação. A avaliação dos resultados pode ser conduzida a partir das impressões dos professores envolvidos na pesquisa, com o propósito de encontrar evidências que sustentassem as perguntas iniciais. Nesse contexto, a Sequência Fedathi foi empregada como metodologia para o planejamento da pesquisa durante o processo pedagógico.

A primeira etapa, intitulada Apresentação do Problema (Tomada de Posição), compreendeu a análise da literatura existente, buscando identificar, nas fontes teóricas, aspectos da Sequência Fedathi, estudos sobre a mudança na atuação docente e abordagens que se diferenciam do modelo tradicional de ensino expositivo (Menezes, 2018). Adicionalmente, procuramos verificar se há estudos que explorem a relação entre os Grupos de Simetria e o GeoGebra. Sob uma perspectiva histórica, a gênese dos Grupos de Simetria está intrinsecamente ligada ao desenvolvimento da Teoria dos Grupos e à compreensão da simetria em Geometria. Elaboramos uma nuvem de palavras (Figura 1), construída a partir da frequência de termos extraídos do corpus textual da pesquisa composto pelas respostas dos participantes e pelos registros das atividades desenvolvidas. Para a seleção dos vocábulos, consideramos apenas as palavras com maior recorrência e relevância semântica relacionadas aos conceitos matemáticos abordados. A nuvem foi gerada por meio da plataforma *WordArt*, que permite visualizar graficamente os termos mais representativos, destacando aqueles que possuem maior frequência no conjunto analisado.

Figura 1 – Nuvem de palavras matemáticas dos grupos de simetria.



Fonte: Elaboração dos autores (2025).

Os estudos de Armstrong (1988) lançam as bases conceituais para a compreensão da epistemologia dos Grupos de Simetria, investigando as operações binárias que intrinsecamente preservam a arquitetura geométrica dos objetos. Em sua análise, o autor detalha as propriedades basilares dos grupos, como o fechamento sob a operação, a validade da associatividade, a indispensável presença de um elemento identidade e a existência de elementos inversos para cada membro do grupo. A exploração das simetrias inerentes a figuras tanto no plano quanto no espaço tridimensional, abrangendo rotações e reflexões, elucida como essas transformações engendram grupos bem definidos, a exemplo do Grupo Diedral (D_n) característico dos polígonos regulares. A busca da ordem tanto do grupo em sua totalidade quanto de cada elemento individual revela-se importante para a classificação e a caracterização desses Grupos de Simetria.

Seguindo o percurso evolutivo apresentado por Armstrong (1988), podemos mencionar algumas aplicações da teoria dos grupos no domínio da química que é habilmente demonstrada por Cotton (1990). O autor ilustra como a simetria molecular pode ser elegantemente descrita através da lente dos grupos de pontos, que consistem em coleções específicas de operações de simetria – englobando rotações, reflexões, inversões e as complexas roto-reflexões – que têm a propriedade de deixar a estrutura molecular inalterada. A identificação estruturada dos elementos de simetria presentes em uma dada molécula possibilita a subsequente classificação do grupo de pontos ao qual essa molécula inerentemente pertence.

Conceitos como as representações de grupos e as informativas tabelas de caracteres surgem como ferramentas analíticas de primeira ordem, permitindo a previsão de propriedades moleculares cruciais, a exemplo dos modos vibracionais e da natureza dos orbitais atômicos, solidificando assim a importância fundamental da teoria dos grupos como um pilar conceitual na química moderna.

A intrincada geometria dos politopos regulares é descrita por Coxeter (1973). Sua investigação aborda as simetrias inerentes a esses objetos, que transcendem as três dimensões espaciais e generalizam os conceitos familiares de rotação e reflexão para a vastidão dos espaços *n*-dimensionais. A descrição formal dos Grupos de Simetria associados aos politopos regulares demanda uma análise detalhada de seus constituintes, de seus elementos, e das intrincadas relações que os interconectam, frequentemente expressas através de diagramas visuais e sistemas de notação especializados. Os princípios do Grupo Diedral encontram uma extensão natural na descrição das simetrias dos polígonos bidimensionais, enquanto a

exploração das simetrias de poliedros regulares e seus análogos em dimensões superiores revela a formalização de grupos com estruturas algébricas complexas, ilustrando a conexão entre o conceito de simetria e a estrutura abstrata da teoria dos grupos.

Ao longo do tempo, autores como Coxeter (1973), Shubnikov e Koptsik (1974) e Armstrong (1988) dedicaram-se ao estudo dos Grupos de Simetria em distintos domínios do conhecimento. Para além dos trabalhos focados nos Grupos de Simetria, existem diversas leituras que proporcionam uma perspectiva epistemológica em matemática.

O trabalho de Sousa, Alves e Aires (2024a) direciona seu foco para o ensino dos Grupos Diedrais Finitos, reconhecendo sua relevância em múltiplos campos do saber. Os autores identificam as dificuldades frequentemente enfrentadas por estudantes de licenciatura ao se depararem com esse tópico, bem como a relativa carência de estudos dedicados especificamente à sua didática.

Sousa, Alves e Aires (2024b) sugerem em um estudo a criação de uma representação interativa do Cubo Mágico no ambiente do GeoGebra, posicionando-a como uma ferramenta pedagógica central para a visualização e a manipulação de conceitos relacionados aos grupos de permutação no ensino da Álgebra Abstrata. Os autores oferecem uma concisa discussão que abrange a definição fundamental de grupo, aspectos relevantes da estrutura do Cubo Mágico, a formalização do Grupo de *Rubik* como um exemplo concreto de grupo de permutações, e as diversas possibilidades de exploração didática que o GeoGebra oferece nesse contexto específico.

Professores de matemática, por sua vez, frequentemente se deparam com desafios ao aprofundar seus conhecimentos em Grupos de Simetria, dada a intrínseca natureza abstrata e algébrica do tema. A transição do raciocínio geométrico intuitivo para a formalidade das estruturas grupais requer um esforço conceitual considerável. A manipulação de operações, elementos e a verificação das propriedades que definem um grupo podem parecer distantes da experiência visual imediata da simetria, tornando o aprendizado menos acessível em um primeiro momento. Eves (2002) oferece *feedback* sobre as dificuldades inerentes ao estudo de conceitos matemáticos abstratos, que se aplicam pertinentemente ao tema dos Grupos de Simetria. Além disso, a variedade de exemplos e a generalização de padrões podem ser desafiadoras, demandando a capacidade de abstrair propriedades comuns de diferentes contextos. Essas diversas leituras enriquecem a compreensão da matemática como um corpo de conhecimento dinâmico e em constante evolução.

Vários autores buscam o uso do GeoGebra no que diz respeito à visualização dos objetos geométricos e, dentre eles, mencionamos Brito e Bairral (2023), Sousa, Alves e Aires (2024a) e Santiago, Alves e Santos (2025) afirmam que a integração do GeoGebra na prática docente em sala de aula pode aprimorar a postura pedagógica dos professores, com o objetivo de fortalecer seu trabalho e tornar o ensino de matemática dinâmico e conectado à realidade dos envolvidos na prática pedagógica.

Nesse sentido, Sousa, Alves e Aires (2024a) consideraram a exploração dos *quatérnions* e suas propriedades algébricas, investigando também as oportunidades de análise como estrutura algébrica de grupo com o auxílio do *software* GeoGebra. Extensões dos números complexos, os *quatérnions* podem ser relacionados a grupos finitos específicos, a exemplo do grupo especial unitário dos *quatérnions*, também denominado grupo de *Lie* $SU(2)$. Dada a complexidade inerente à abstração de sua estrutura e à visualização no espaço tridimensional, utilizou-se esse recurso como forma de facilitar a compreensão de suas propriedades e fundamentar a discussão sobre a formação de licenciandos em Matemática.

Além disso, é possível notar as trocas de futuros educadores durante a execução colaborativa de duas atividades no *Virtual Math teams with GeoGebra* (VMTwG), um ambiente GeoGebra online, virtual e em tempo real para múltiplos usuários (Sousa; Alves; Aires 2024a). Essa pesquisa fundamenta-se nas formas de movimentar pontos e nos tipos de representações semióticas que emergem no processo de construção de significado. O primeiro cenário envolveu o uso da grade em uma tarefa sobre a equivalência de triângulos, e o segundo, uma atividade explorando a razão de semelhança com um controle deslizante interativo. Os resultados sugerem que as dinâmicas de raciocínio ao interagir com o objeto tendem a se restringir à investigação de conexões amplas e visuais. Em contraste, a interação com o controle deslizante do GeoGebra pode estimular um processo cognitivo, abrangendo tanto a percepção geral de propriedades quanto a confirmação de hipóteses.

A proposta didática aqui apresentada integra o GeoGebra como ferramenta central para a exploração visual e interativa de conceitos matemáticos relacionados ao triângulo equilátero. Essa proposta fundamenta-se na Sequência Fedathi, Teoria da Objetivação, ensino de Geometria e o *software* GeoGebra, que orientam a mediação docente e o processo de construção coletiva de significados no ensino de aprendizagem dos Grupos de Simetria.

Estruturada em etapas progressivas, a proposta busca promover a experimentação direta e a análise visual dinâmica das propriedades do triângulo equilátero, favorecendo a compreensão conceitual por meio da manipulação de pontos, da observação de invariantes

geométricos e da reflexão sobre as ações realizadas no ambiente digital. Os procedimentos e atividades correspondentes são detalhados na subseção a seguir.

3 METODOLOGIA

Este estudo empregou uma metodologia qualitativa, alicerçada em um estudo de caso. O objetivo central foi observar experimentos e coletar dados pertinentes que corroborassem as hipóteses formuladas. Tal abordagem, conforme Gil (2008), é ideal para aprofundar o conhecimento sobre um ou poucos objetos de estudo, permitindo uma análise exaustiva e detalhada. Para enriquecer a interação e o aprendizado dos professores cursistas, foram incorporadas ferramentas tecnológicas específicas. Utilizou-se *notebooks* para que os docentes pudessem manipular as transformações de simetria, promovendo uma experiência prática e dinâmica.

A metodologia de ensino Sequência Fedathi foi implementada na formação para o estudo dos Grupos de Simetria. Ao todo foram dois encontros presenciais, cada um com quatro horas/aula de duração. A pesquisa envolveu um grupo de quatro professores de Matemática que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental. Para otimizar a construção, os professores foram divididos em duplas, assegurando que cada docente participasse ativamente de todas as etapas da atividade proposta.

Na fase de Maturação, delimitaram-se o escopo da investigação, o planejamento das atividades e a metodologia utilizada pelo pesquisador para solucionar a questão principal. A pesquisa se distingue por uma natureza qualitativa, caracterizada como um estudo de caso, em concordância com Yin (2010), que postula que tal método é apropriado quando: (a) as questões da pesquisa se enquadram nos tipos “como” ou “por que”; (b) o pesquisador detém pouco controle sobre os acontecimentos; e (c) a atenção se concentra em um fenômeno atual inserido em seu contexto sociocultural do artefato geométrico.

A formação continuada focada na autonomia coletiva de quatro professores de matemática que atuam na escola do campo, demanda abordagens que promovam a interação com conhecimentos científicos para o desenvolvimento de educadores críticos e reflexivos em uma dinâmica coletiva, fundamentada em uma ética comunitária de responsabilidade, engajamento e atenção ao próximo (Radford, 2017). Conforme a Teoria da Objetivação (TO) (Radford, 2014), é a ação humana colaborativa entre professores e formadores, guiada por princípios éticos comunitários, que viabiliza esse encontro e a evolução de sujeitos críticos e

conscientes de sua realidade. A metodologia de ensino-aprendizagem baseada nessa colaboração conjunta estimula a criação de espaços formativos favoráveis à emancipação coletiva do professor de práticas pedagógicas limitadoras. Nesse cenário, os processos de objetivação são entendidos como os processos sociais pelos quais o desenvolvimento da consciência envolve tornar-se, de maneira gradual e reflexiva, ciente de sistemas estabelecidos de pensamento e ação (Radford, 2017). É nesse percurso que a consciência se molda e se transforma.

As Simetrias do Triângulo Equilátero de rotação e translação utilizando o *software* GeoGebra proporcionam aos professores uma compreensão visual e interativa desses conceitos, conectando a intuição geométrica com a representação algébrica. As rotações envolvem a movimentação de um objeto em torno de um ponto fixo, enquanto as translações consistem no deslocamento de um objeto em uma direção e distância específicas. O GeoGebra oferece um ambiente dinâmico que facilita a exploração e a experimentação com conceitos matemáticos, permitindo a construção do conhecimento (Hohenwarter *et al.*, 2008).

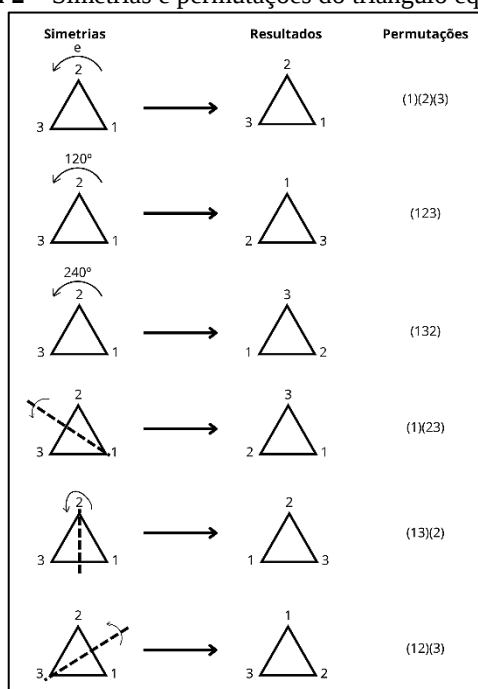
Esta seção, que se baseia em detalhes presentes na dissertação de mestrado de Valladares (2018), apresenta os principais resultados de simetria para um triângulo equilátero.

Definição. O triângulo equilátero possui seis simetrias, as quais podem ser descritas da seguinte forma:

- (i) A transformação de identidade, que mantém o triângulo inalterado;
- (ii) Duas rotações anti-horárias em torno do baricentro, com ângulos de 120° e 240° ;
- (iii) Três reflexões em relação às medianas do triângulo.

A figura a seguir ilustra essas simetrias e as permutações correspondentes dos vértices do triângulo equilátero (Figura 2).

Figura 2 – Simetrias e permutações do triângulo equilátero.



Fonte: Elaboração dos autores (2025).

Em consonância com a Teoria da Objetivação (TO), a atividade, entendida como *labor conjunto*, constitui a unidade fundamental de análise, pois é através dessa colaboração que se processa a aprendizagem, caracterizada pelo encontro com o conhecimento e a emergência de novas subjetividades (Radford, 2015). Consequentemente, a interpretação dos processos de objetivação e subjetivação só se torna possível mediante a análise das atividades desenvolvidas ao longo da formação.

A formação docente é estruturada em três fases sequenciais: diagnóstica, de *labor conjunto* e de emancipação coletiva. A condução da formação seguiu os princípios da pesquisa-formação (Vosgerau, 2012), um modelo flexível onde os resultados obtidos em cada fase orientaram o planejamento das ações subsequentes, assegurando o atendimento das demandas específicas dos professores (Figura 3). Inicialmente, a etapa diagnóstica concentra-se na coleta de informações para delinear o perfil dos participantes e identificar suas necessidades de desenvolvimento profissional.

Propriedade: Uma propriedade essencial do Grupo de Simetria do triângulo equilátero, demonstrada em diversos textos de teoria dos grupos, é que ele representa o menor exemplo de um grupo não abeliano. Para Dummit e Foote (2004), ao introduzir os Grupos Diedrais D_n como os grupos de simetrias de um n –gono regular, é explicitado que para $n \geq 3$, esses grupos não são comutativos. Especificamente para o triângulo equilátero

($n = 3$), o Grupo de Simetria D_3 (isomorfo ao grupo de permutações S_3) possui seis elementos, e a composição de suas operações (rotações e reflexões) depende da ordem em que são aplicadas, ilustrando claramente a propriedade não abeliana.

4 ANÁLISE E RESULTADOS

A terceira fase da pesquisa, a etapa de Solução, pode ser marcada pela aplicação da observação participante, visto que o pesquisador é o próprio professor responsável pela experiência com o GeoGebra. Segundo Gil (2008), a observação participante, também conhecida como observação ativa, envolve a participação efetiva do pesquisador na vida da comunidade, do grupo ou da situação investigada.

A pesquisa participante, por outro lado, deve ser entendida como um conjunto variado de experiências de produção coletiva de conhecimento, com o objetivo de superar a distinção entre sujeito e objeto nos processos de criação de saberes e nas ações posteriores que visam promover mudanças a partir desse conhecimento (Brandão; Streck, 2006). A experiência proposta é direcionada a professores de Matemática do Ensino Fundamental – Anos finais. A participação na pesquisa compreende encontros de formação e um planejamento pedagógico que incorpora o recurso tecnológico.

Para a condução da formação, considera-se os conhecimentos prévios sobre simetria de figuras planas. Contudo, o professor pode optar por não realizar a fase de sondagem do *Plateau*. A etapa de *Tomada de Posição* é iniciada com a apresentação da seguinte situação-problema (Quadro 1):

Quadro 1 – Situação-problema da sessão didática.

Considerando a representação de um triângulo equilátero no GeoGebra 3D, de que maneira a implementação de botões interativos (correspondentes às rotações R_n , onde n representa o ângulo de rotação em torno de um eixo específico, e às reflexões S_n , onde n representa o plano de reflexão) pode facilitar a exploração visual e a compreensão das simetrias desse objeto tridimensional, permitindo aos usuários identificar os elementos do seu Grupo de Simetria e suas relações composicionais?

Fonte: Elaboração dos autores (2025).

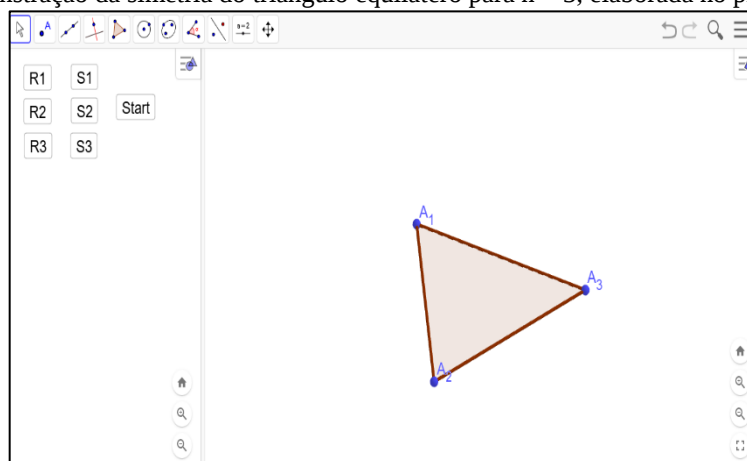
Sugere-se que a Sessão Didática seja desenvolvida para professores de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, utilizando o recurso tecnológico GeoGebra. Para tal desenvolvimento, é pressuposto que os educadores possuam conhecimentos prévios sobre as transformações geométricas no plano, especialmente no que concerne à simetria de figuras planas. Uma transformação geométrica, conforme define Cuemath (2025), é uma operação

que modifica a forma de uma figura em um plano coordenado por meio de rotação, reflexão ou translação, sendo as transformações rígidas aquelas que preservam a congruência entre a imagem e sua pré-imagem.

A simetria, por sua vez, manifesta-se quando uma transformação geométrica mapeia uma figura sobre si mesma (Mathleaks, 2025). Uma propriedade fundamental do Grupo de Simetria do triângulo equilátero, conforme explicitado por Dummit e Foote (2004), é a sua natureza não abeliana, sendo o menor exemplo de um grupo onde a ordem da aplicação das simetrias (rotações e reflexões) altera o resultado da composição, um conceito essencial a ser explorado na formação continuada.

Na sequência, inicia-se a fase de *Maturação* de ensino da Sequência Fedathi, durante a qual surge registros para análise dos dados a serem fornecidos para esboçar uma representação visual do problema.

Figura 4 – Demonstração da simetria do triângulo equilátero para $n = 3$, elaborada no programa GeoGebra.



Fonte: Elaboração dos autores (2024).

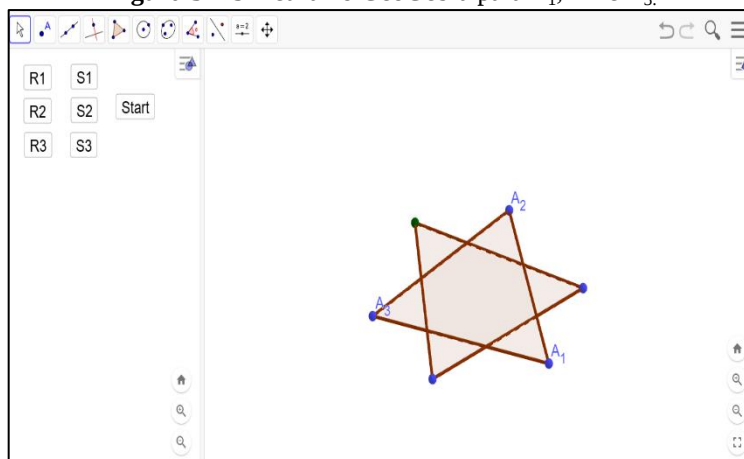
Nesse momento, surge-se uma relação à natureza do artefato tecnológico a ser estruturado no GeoGebra. Os professores puderam apresentar sua vivência na lousa, ilustrando o triângulo equilátero em sua orientação convencional. Essa representação inicial gerou objeções por parte dos colegas. Contudo, o professor formador lançou as seguintes indagações: quais simetrias podem ser encontradas com os botões R_n e S_n da figura geométrica?

Para a coleta de dados, as evidências puderam ser planejadas visando descrever e interpretar as percepções pessoais dos participantes. Estes podem se comunicarem suas opiniões através de redes sociais (*Whatsapp*), sendo previamente cientificados sobre o

objetivo da coleta. Conforme Bauer e Gaskell (2015), na pesquisa social, o interesse se volta para a maneira como as pessoas se expressam sem restrições e falam sobre o que consideram importante, bem como para suas reflexões sobre suas próprias ações e de terceiros.

As possibilidades de ensino da Sequência Fedathi (*Maturação*) mostram possíveis interações, em que os professores podem identificar todas as rotações possíveis em R_3 , onde os botões R1, R2 e R3 (Figura 5) são os movimentos visualizados no divisor positivo de R_n .

Figura 5 – Simetria no GeoGebra para R_1 , R2 e R_3 .



Fonte: Elaboração dos autores (2024).

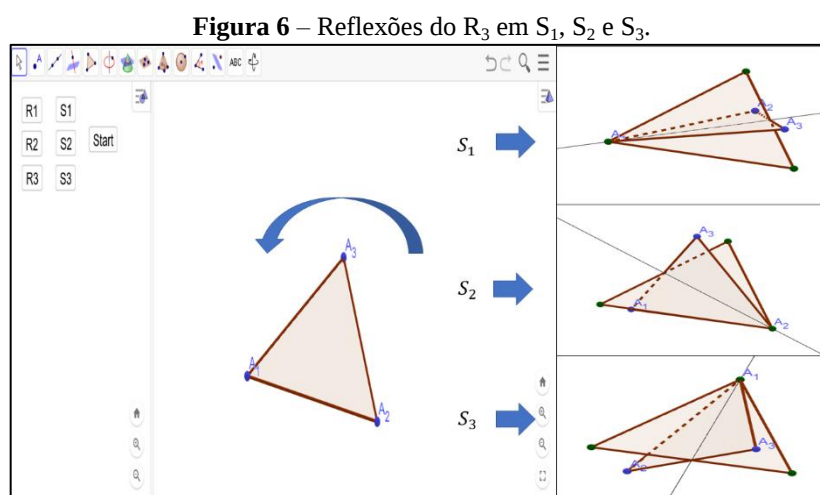
A quarta fase, *Prova*, permite que os dados sejam agrupados em categorias com base no ponto de vista particular do professor-pesquisador sobre as ações de mediação e a utilização da metodologia de pesquisa, similarmente às opiniões que podem ser apresentadas nos depoimentos dos professores participantes da pesquisa.

Com o objetivo de formalizar a análise matemática das construções realizadas, propõe-se que, após a etapa exploratória, os professores promovam uma discussão acerca das simetrias identificadas e das características que compartilham. Nesse momento, o professor-pesquisador pode atuar como mediador, conduzindo a reflexão por meio de questionamentos que estimulem os participantes a conectarem as propriedades das simetrias com os conceitos matemáticos previamente estudados.

Em seguida, os professores são desafiados a demonstrar formalmente que o conjunto das simetrias de um polígono regular de n lados constitui uma estrutura algébrica denominado grupo. Para isso, a Sessão requer a revisão da definição e das propriedades de um grupo (fechamento, associatividade, elemento identidade e elemento inverso), o que incentiva a colaboração entre os membros da formação para verificar tais propriedades no contexto das

simetrias observadas.

Dessa maneira, os professores terão a oportunidade de validar as propriedades de grupos a partir de um valor específico de n definido no controle deslizante. Lo abaixo, temos a representação visual de reflexões em cada um desses elementos para S_n , obtida através da exploração da construção no GeoGebra (Figura 6).



Fonte: Elaboração dos autores (2024).

No contexto do triângulo equilátero ($n = 3$) visualizado no GeoGebra, as reflexões S_1 , S_2 e S_3 correspondem às reflexões em relação a cada uma das três projeções geométricas (ou medianas, ou bissetrizes) do triângulo. Cada uma dessas reflexões age como um “espelho”, trocando as posições de dois vértices e mantendo o terceiro fixo. Ao manipular essas reflexões individualmente ou em combinação com a rotação de 120° , os professores puderam observar concretamente o efeito de cada movimento e suas composições. Imediatamente, essa observação permitiu a eles conectar o dinamismo visual das simetrias às definições algébricas das propriedades e grupo, resultando em uma percepção de maior coerência entre a Geometria e a Álgebra Abstrata.

Essa visualização dinâmica no GeoGebra permite demonstrar de forma intuitiva e convincente aos professores as propriedades da estrutura de Grupos de Simetria do triângulo equilátero, como o fechamento (a composição de duas simetrias resulta em outra simetria do triângulo), a existência do elemento identidade (a transformação que não altera o triângulo), a existência de inversos para cada elemento (uma simetria que desfaz o efeito da outra) e a associatividade da composição das simetrias.

Na fase de solução da sequência Fedathi aplicada em R_3 , diversas hipóteses podem

emergir ao explorar as simetrias de rotação e reflexão de um objeto geométrico. Uma hipótese central é que a composição sucessiva de rotações em torno de um mesmo eixo gera um conjunto finito de configurações distintas, formando um subgrupo cíclico do grupo de rotações. Similarmente, a aplicação de reflexões em relação a diferentes planos pode levar à conjectura de que a combinação de reflexões resulta em rotações ou outras reflexões, fechando o conjunto de simetrias sob a operação de composição.

A visualização em R_3 pode sugerir que a ordem das operações de simetria importa (não comutatividade), e que a aplicação repetida de uma reflexão retorna à configuração original (elemento de ordem 2). Além disso, pode-se hipotetizar que o conjunto completo de simetrias de um objeto possui uma estrutura algébrica bem definida, possivelmente um grupo finito, cujas propriedades podem ser investigadas através da análise das relações entre as rotações e reflexões observadas.

Na etapa de *Prova*, o professor-pesquisador pode validar as soluções apresentadas pelos participantes da formação, promovendo uma discussão sobre os caminhos percorridos durante o processo de resolução. Além disso, o docente complementa a explanação dos professores, abordando pontos que não foram mencionados ou que poderiam ter ficado ambíguos, e formaliza os resultados matemáticos trabalhados ao longo da resolução do problema. Seguindo os princípios da Sequência Fedathi, o professor possui autonomia para formular todas as perguntas que julgar necessárias, com o objetivo de avaliar o nível de conhecimento dos participantes e a consciência dos passos adotados na solução.

A exploração das simetrias do triângulo equilátero oferece uma oportunidade para a formação de professores no que concerne aos conceitos de transformações geométricas. A identificação das três reflexões em relação às suas alturas e das três rotações (incluindo a identidade) revela um conjunto finito de transformações que preservam a forma e o tamanho do triângulo. Ao analisar a composição dessas simetrias, os futuros professores puderam vivenciar concretamente as propriedades de fechamento, associatividade, elemento identidade e elemento inverso, fundamentais para a compreensão da estrutura de grupo.

5 CONSIDERAÇÕES

Considerando a proposição pedagógica delineada para o estudo dos Grupos de Simetria do Triângulo Equilátero, torna-se pertinente realçar o valor agregado pela perspectiva teórica adotada, a qual se concentra na análise das características das rotações e

reflexões inerentes a tais grupos. A fundamentação teórica inicial, que se desenvolve a partir da elaboração de um panorama histórico e epistemológico do assunto, estabeleceu o alicerce para a concepção de uma atividade didática, com o intuito de fomentar a edificação do saber.

Nesse sentido, a abordagem do tema se concretizou por intermédio da metodologia de ensino da Sequência Fedathi, articulada à objetivação da Teoria da Objetivação, configurando-se como uma estratégia para o ensino do tópico sob uma ótica que prioriza a visualização no âmbito da Álgebra Abstrata, ancorada nos princípios da Teoria dos Grupos.

Para a consecução desse objetivo, nos valem da metodologia de pesquisa da Sequência Fedathi, na estruturação de suas quatro etapas, com vistas à sua implementação na capacitação docente em matemática e subsequente coleta de dados.

Ao direcionar o foco para as implicações no processo de ensino-aprendizagem, ponderamos sobre como essa sugestão de sessão didática pode influenciar positivamente a maneira de abordar o tema, notadamente no contexto da formação continuada de professores. Ao oferecer uma via alternativa para a compreensão da estrutura algébrica de grupo mediante uma perspectiva visual, possibilita-se o aprofundamento da compreensão das propriedades de outras estruturas algébricas.

Destarte, apresentamos esta construção como recurso didático e sugestões práticas para a incorporação desses conceitos ao currículo, buscando otimizar o entendimento e a aplicação prática por parte dos educadores.

Na análise deste estudo, os professores em processo de formação continuada frequentemente manifestam dificuldades na assimilação da Álgebra Abstrata. Nosso propósito é que a exploração do tema com o auxílio do GeoGebra possa atenuar tais obstáculos, mediante a visualização interativa das simetrias em polígonos, proporcionando uma representação tangível e aprimorando a compreensão dos conceitos, além de fortalecer a conexão entre a álgebra e a geometria pertinentes a pesquisa.

Adicionalmente, torna-se viável conduzir uma investigação Sessão Didática Campesina das propriedades dos Grupos de Simetria do Triângulo Equilátero, através da construção de polígonos e da observação das transformações associadas. Outrossim, consideramos que a utilização do GeoGebra proporciona uma experiência capaz de estimular o aprendizado ativo e auxiliar os participantes a internalizar conceitos abstratos.

Em derradeira análise, almeja-se que esta proposta didática contribua para o ensino da Simetria de Figuras Planas e a compreensão das propriedades de rotações e reflexões nos Grupos de Simetria do Triângulo Equilátero, fornecendo elementos para práticas pedagógicas

dinâmicas, que, em consonância com a metodologia de pesquisa e ensino da Sequência Fedathi, integrada à objetivação da Teoria da Objetivação, possam enriquecer o desenvolvimento profissional contínuo do professor de matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A. C. de. A difusão do associativismo rural no município de Quixeramobim: A experiência do Projeto São José. **Revista Brasileira de Educação do Campo**, v. 7, e12596, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.20873/uft.rbec.e12596>. Acesso em: 13 jul. 2025.

ARMSTRONG, M. A. **Groups and Symmetry**. New York: Springer-Verlag, 1988.

ARROYO, M. G. **A educação básica e o movimento social no campo**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2004.

ARROYO, M. G. Formação de educadores do campo. In: CALDART, R. S. (Org.). **Dicionário da educação do campo**. Rio de Janeiro: Escola Politécnica de Saúde Joaquim Venâncio; Expressão Popular, 2012.

BAUER, M. W.; GASKELL, G. **Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som: um manual prático**. Petrópolis: Vozes, 2015.

BORGES NETO, H. **Sequência Fedathi: fundamentos**. Curitiba: CRV, 2018.

BRANDÃO, C. R.; STRECK, D. R. **Pesquisa participante: o saber da partilha**. São Paulo: Ideias e Letras, 2006.

BRITO, C. de S.; BAIRRAL, M. A. Triangle similarity: interactions in meshes and slider. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, v. 13, n. 3, p. 1-21, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.37001/ripec.v13i3.3543>. Acesso em: 13 jul. 2025.

CALDART, R. S. A escola do campo em movimento. In: BENJAMIN, C.; CALDART, R. S. (Orgs.). **Projeto popular e escolas do campo**. 2. ed. Brasília, DF: Articulação Nacional Por Uma Educação Básica do Campo, 2000. (Coleção Por Uma Educação Básica do Campo).

COSTA, C. de S. **Alguns grupos de simetrias na geometria euclidiana**. 2017. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Viçosa, Florestal, 2017. Disponível em: <https://locus.ufv.br/items/59f5357b-141c-4846-98b8-4b7144b8e63a>. Acesso em: 13 jul. 2025.

COTTON, F. A. **Chemical Applications of Group Theory**. 3. ed. Texas: Wiley, 1990.

COXETER, H. S. M. **Regular Polytopes**. 3. ed. New York: Dover Publications, 1973.

CUEMATH. **Transformations - Types, Rules, Formulas, Graphs, Examples**. [S. l.]: Cuemath, 2025. Disponível em: <https://www.cuemath.com/geometry/transformations/>. Acesso em: 13 jul. 2025.

DUMMIT, D. S.; FOOTE, R. M. **Abstract Algebra**. 3. ed. Hoboken: Wiley, 2004.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. São Paulo: Editora Unicamp, 2002.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 2008.

HOHENWARTER, M.; HOHENWARTER, J.; KREIS, Y.; LAVICZA, Z. Teaching and learning calculus with free dynamic mathematics software1 GeoGebra. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICS EDUCATION, 11., 2008, Monterrey, México. **Proceedings...** Monterrey, México: [s. n.], 2008. p. 1629-1636.

IMBERNÓN, F. **Formação permanente do professorado: novas tendências**. 1. ed. São Paulo: Cortez Editora, 2017.

LANG, S. **Algebra**. 3. ed. New York: Springer-Verlag, 2002.

MATHLEAKS. **Exploring Line Symmetry and Rotational Symmetry in Plane Figures**. [S. l.]: Mathleaks, 2025. Disponível em: https://mathleaks.com/study/symmetries_of_plane_figures. Acesso em: 13 jul. 2025.

MENEZES, D. B. **O Ensino do Cálculo Diferencial e Integral na perspectiva da Sequência Fedathi**: caracterização do comportamento de um bom professor. 2018. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2018. Disponível em: http://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/37124/1/2018_tese_dbmenezes.pdf. Acesso em: 13 jul. 2025.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **The child's conception of space**. London: Routledge & Kegan Paul, 1956.

RADFORD, L. The progressive development of early embodied algebraic thinking. **Mathematics Education Research Journal**, v. 26, n. 2, p. 257-277, 2014.

RADFORD, L. Methodological Aspects of the Theory of Objectification. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 8, n. 18, p. 547-567, 2015. Disponível em: <http://www.luisradford.ca/pub/2015%20-%20Radford%20PEM%20Methodology%20of%20the%20TO.pdf>. Acesso em: 13 jul. 2025.

RADFORD, L. Aprendizaje desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación. In: D'AMORE B.; RADFORD, L. (Eds.). **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos**. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2017. p. 115-136.

SANTIAGO, P. V. da S.; ALVES, F. R. V.; SANTOS, M. J. C. dos. Symmetry Groups mediated by GeoGebra in the Training of Mathematics Teachers in rural schools. **Global Scientific and Academic Research Journal of Education and literature**, v. 3, p. 30-35, 2025. Disponível em: <https://gsarpublishers.com/abstract-1479/>. Acesso em: 13 jul. 2025.

SCIPIÃO, L. R. de N. P.; SANTIAGO, P. V. da S.; MENEZES, D. B.; ALVES, F. R. V.; SANTOS, M. J. C. dos. Sessão didática baseada na Sequência Fedathi à luz da Teoria da Objetivação: inovação pedagógica no ensino de grandezas e medidas. **Contribuciones a Las Ciencias Sociales**, v. 17, n. 10, e11629, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.55905/revconv.17n.10-199>. Acesso em: 13 jul. 2025.

SEDUC. **Educação do campo**. Fortaleza: SEDUC, 2005. Disponível em: <http://www.seduc.ce.gov.br/2017/01/02/educacao-do-campo/>. Acesso em: 13 jul. 2025.

SHUBNIKOV, A. V.; KOPTSIK, V. A. **Symmetry in Science and Art**. New York: Plenum Press, 1974.

SILVA, P. R. de S. **Trabalho e educação do campo: O MST e as escolas de ensino médio dos assentamentos de reforma agrária do Ceará**. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016. Disponível em: https://repositorio.ufc.br/handle/riufc/22711?locale=pt_BR. Acesso em: 13 jul. 2025.

SOUSA, R. T. de; ALVES, F. R. V.; AIRES, A. P. F. O GeoGebra no ensino de Álgebra Abstrata: uma abordagem dos grupos diedrais via Engenharia Didática. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 30, e24030, 2024a. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1516-731320240030>. Acesso em: 13 jul. 2025.

SOUSA, R. T. de; ALVES, F. R. V.; AIRES, A. P. F. O cubo mágico e o GeoGebra: uma exploração visual de grupos de permutação. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, v. 13, n. 3, p. 027–044, 2024b. Disponível em: <https://doi.org/10.23925/2237-9657.2024.v13i3p027-044>. Acesso em: 13 jul. 2025.

VALLADARES, S. Y. **O Teorema de Contagem de Burnside e Aplicações**. 2018. Tese (Doutorado em Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2018. Disponível em: <https://ri.ufmt.br/handle/1/3023>. Acesso em: 13 jul. 2025.

VOSGERAU, D. S. R. A pesquisa ação-formação como instrumento de formação em serviço para integração das TIC na prática pedagógica do professor. **Formação Docente**, v. 4, n. 7, p. 51-64, 2012. Disponível em: <https://revformacaodocente.com.br/index.php/rbfp/article/view/63/53>. Acesso em: 13 jul. 2025.

WATSON, J. D.; CRICK, F. H. C. Molecular structure of nucleic acids; a structure for deoxyribose nucleic acid. **Nature**, v. 171, n. 4356, p. 737-738, 1953. Disponível em: <https://doi.org/10.1038/171737a0>. Acesso em: 13 jul. 2025.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. Porto Alegre: Bookman, 2010.

HISTÓRICO

Submetido: 13 de Julho de 2025.

Aprovado: 15 de Outubro de 2025.

Publicado: 21 de Novembro de 2025.